

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v5i4.2488>

Métodos de rigidez y flexibilidad aplicado a pórticos de sección variable

Stiffness and flexibility methods applied to variable section frames

Marcos Josué Rupay Vargas

mrupay@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-7891-1838>

Universidad Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa
Chanchamayo – Perú

Neycer Robles Espinoza

77086286@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0001-9101-2805>

Universidad Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa
Chanchamayo – Perú

Anthony Josué Taipe Sanchez

73961990@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0009-0009-5203-6586>

Universidad Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa
Chanchamayo – Perú

Jenifer Filomena Huarancca Veliz

75866369@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0009-0007-2857-6668>

Universidad Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa
Chanchamayo – Perú

Dario Lima Quispe

42761101@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0009-0003-1072-7625>

Universidad Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa
Chanchamayo – Perú

Luis Víctor Meza Refulio

43043268@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-9638-6475>

Universidad Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa
Chanchamayo – Perú

Artículo recibido: 26 de julio de 2024. Aceptado para publicación: 09 de agosto de 2024.

Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

Resumen

El presente artículo tiene la finalidad de desarrollar una metodología empleando las teorías de flexibilidad y rigidez sistematizado para la resolución de pórticos de sección variable, inicialmente se definió la geometría del pórtico considerando dos casos de sección variable, en el primer caso la variación de la inercia es constante en cada tramo, en el segundo caso la inercia varía de forma lineal, para lo cual se realizaron los cálculos para expresar la variación de la inercia en función de su longitud. Como parte de la metodología se consideró un enfoque cuantitativo y un nivel explicativo, como método de resolución se aplicó la teoría de rigidez sistematizado en la cual se incluyeron las teorías de flexibilidad para calcular la matriz de rigidez local y el vector de restricciones mediante la relación

entre las matrices de flexibilidad y rigidez, a partir de las fuerzas internas obtenidas; para el momento flector se realizó la comparación con el programa de cálculo estructural Robot Structural Analysis, llegando a la conclusión de que los cálculos analíticos empleados como los métodos de flexibilidad y rigidez satisfacen los criterios para el cálculo de fuerzas internas y deformaciones en pórticos con sección variable.

Palabras clave: pórticos con sección variable, método de la flexibilidad, método de la rigidez, análisis estructural

Abstract

This article aims to develop a methodology using the theories of flexibility and rigidity systematized for the resolution of variable section frames, initially the geometry of the frame was defined considering two cases of variable section: in the first case, the variation of the inertia is constant in each section, and in the second case, the inertia varies linearly, calculations were made to express the variation of the inertia as a function of its length. As part of the methodology, a quantitative approach and an explanatory level were considered, the systematic rigidity theory was applied as the resolution method, in which the flexibility theories were included to calculate the local stiffness matrix and the constraint vector by relating the flexibility and stiffness matrices, from the internal forces obtained, a comparison was made with the structural calculation program Robot Structural Analysis for the bending moment, leading to the conclusion that the analytical calculations used, such as the flexibility and rigidity methods, satisfy the criteria for calculating internal forces and deformations in frames with variable sections.

Keywords: frames with variable section, flexibility method, stiffness method, structural analysis

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicado en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons .



Cómo citar: Rupay Vargas, M. J., Robles Espinoza, N., Taipe Sanchez, A. J., Huarancca Veliz, J. F., Lima Quispe, D., & Meza Refulio, L. V. (2024). Métodos de rigidez y flexibilidad aplicado a pórticos de sección variable. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 5 (4), 3155 – 3173. <https://doi.org/10.56712/latam.v5i4.2488>

INTRODUCCIÓN

El análisis estructural de pórticos es fundamental en el ámbito de la ingeniería civil para garantizar la estabilidad, seguridad y eficiencia de diversas estructuras, como edificios, puentes y torres de transmisión. Entre los métodos de análisis estructural más utilizados se encuentran el método de la flexibilidad y el método de la rigidez. Estos métodos permiten determinar las deformaciones y fuerzas internas en estructuras reticuladas, como los pórticos, con el objetivo de evaluar su comportamiento bajo cargas externas.

Sin embargo, la aplicación de esos métodos a pórticos con sección variable presenta desafíos adicionales debido a la complejidad geométrica de la estructura. La sección variable implica que las propiedades mecánicas del elemento estructural, como la rigidez y la flexibilidad, varían a lo largo de su longitud. Esta variación afecta significativamente el comportamiento estructural del pórtico y exige un tratamiento analítico más riguroso.

El problema de investigación que motiva este estudio es la necesidad de desarrollar un enfoque integral y sistemático para el análisis estructural de pórticos con sección variable utilizando métodos de flexibilidad y rigidez. Este enfoque considera las complejidades geométricas y mecánicas de estas estructuras, a partir del cálculo manual se realizará las verificaciones con el software Robot Structural Analysis de tal forma se verifique los resultados obtenidos.

El objetivo del presente artículo de investigación es desarrollar una metodología empleando las teorías de análisis estructural relacionado a los métodos de flexibilidad y rigidez para calcular y resolver pórticos de sección variable, considerando diferentes casos en la variabilidad de las secciones y tipos de cargas.

METODOLOGÍA

Análisis estructural

La aplicación de cargas a una estructura crea fuerzas y deformaciones en la estructura. La determinación de estas fuerzas y deformaciones se denomina análisis estructural.

El diseño estructural implica la disposición y dimensiones de una estructura y sus componentes para que se puedan soportar satisfactoriamente las cargas que se les imponen. (McCormac & Elling)

Pórtico

En el ámbito del análisis estructural, un pórtico se describe como un sistema tridimensional de columnas y vigas que están rígidamente interconectadas para formar un marco capaz de resistir cargas laterales significativas, como las causadas por el viento o sismos.

Un pórtico se define como sistema estructural tridimensional en el que las vigas y columnas están rígidamente conectadas entre sí para soportar las cargas laterales a través del desarrollo de cortantes y momentos en sus elementos. (Leet, Uang, & Gilbert, 2016)

Sección variable

El análisis estructural hace referencia a un elemento estructural cuya geometría o propiedades físicas cambian a lo largo de su longitud. Estas variaciones pueden incluir variaciones en el área de la sección transversal, el momento de inercia, o incluso en el material del elemento. Algunos ejemplos son en puentes que poseen secciones variables y en edificación de gran complejidad. (Rupay Vargas M. J., 2024-I)

Características de las secciones transversales

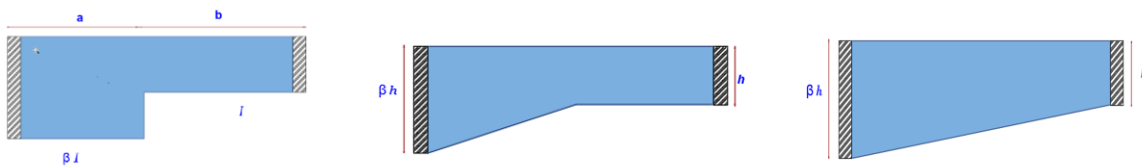
Área de la sección transversal: Pueden cambiar para soportar diferentes cargas a lo largo de su longitud.

Momento de Inercia: Cambia con la forma de la sección transversal, afectando la resistencia del elemento

Barras de sección variable: A continuación, se da a ver 3 situaciones que pertenecen a elementos de variación determinadamente simple de momento de inercia y pueden corresponder a barras que constituyan parte de un pórtico. (Ottazzi Pasino, 2014)

Figura 1

Elementos de variación



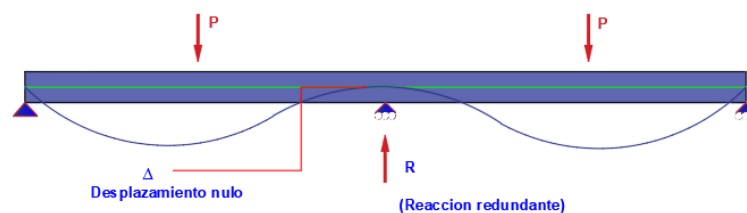
Fuente: elaboración propia.

Método de flexibilidad

El método de las fuerzas se utilizó durante décadas para el cálculo de reacciones redundantes o esfuerzos internos indeterminados, su análisis parte de considerar que los desplazamientos en direcciones de las reacciones redundantes son nulos. (Rupay Vargas M. J., 2023-2) (ver figura 2).

Figura 2

Ejemplo 1

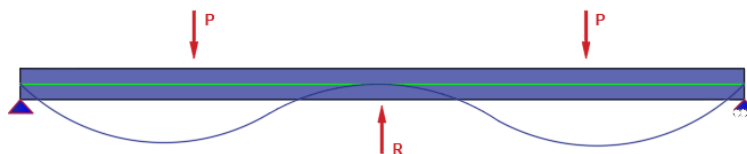


Fuente: elaboración propia.

Además de considerar a las reacciones redundantes como parte de las cargas que afectan a la estructura, (ver figura 3).

Figura 3

Ejemplo 2



Fuente: elaboración propia.

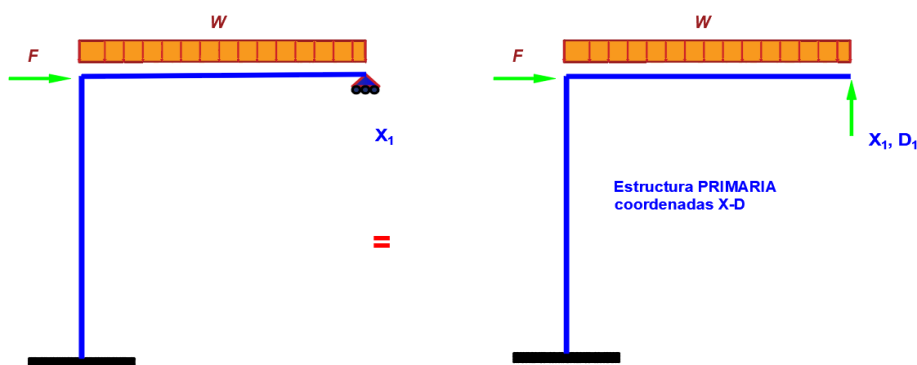
(Ottazzi Passino, 2014) En su libro El Principio de Superposición, aplicado a las fuerzas, es la base del Método de Flexibilidad.

Ejemplificando el pórtico mostrado, (ver figura 3) que presenta una sola redundante estática (X_1), el principio de superposición de fuerzas nos permitirá obtener la ecuación (de Compatibilidad) para calcular el valor de su respectiva redundante.

Para el análisis de una estructura se presentan diversas alternativas para la selección de la estructura primaria, para este caso Notamos que la estructura es primaria, isostática y estable, la estructura primaria está en función de las redundantes estática que se ballan a elegir para el análisis de la estructura, también se puede presentar el caso donde la estructura primaria podría ser hiperestática , pero en ningún caso será inestable (ver figura 4).

Figura 4

Superposición

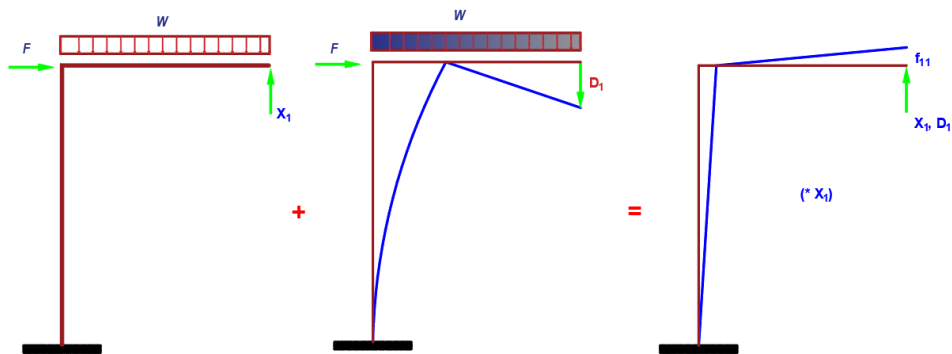


Fuente: obtenido de <https://es.slideshare.net/slideshow/apuntes-del-curso-analisis-estructural-i/66824288>.

La Ecuación de Compatibilidad del Método de Flexibilidad, que permitirá calcular el valor de la redundante X_1 es: (Ottazzi Passino, 2014) En su libro, El Método de Flexibilidad se basa en:

Figura 5

Principio de superposición aplicado a las fuerzas



Fuente: obtenido de <https://es.slideshare.net/slideshow/apuntes-del-curso-analisis-estructural-i/66824288>.

Las incógnitas son consideradas las redundantes estáticas.

La estructura es violada en su estructura primaria, en su compatibilidad (externa – interna ya que los apoyos o fuerzas internas o en una combinación de ellas se remueven

El sistema de ecuaciones que genera a la solución de las redundantes la podemos obtener forzando la compatibilidad de los desplazamientos externos-internos.

$$\{D\} + [F] \{X\} = \{0\} \quad (\text{Ecuación de Compatibilidad})$$

$$\{X\} = - [F]^{-1} \{D\} \quad (\text{Solución})$$

El equilibrio se cumple automáticamente ya que la estructura primaria es isostática y estable.

(Blanco Díaz & Punzo, 2015) Se tendrá en consideración ambos principios para poder formular un sistema de ecuaciones que esté en función de las redundantes.

$$D_{REAL} = DF = 0 + DF = 1 * D\{0\} = \{D\} + [F]\{X\}$$

Estado Primario: $\{D\}$

Estado Complementario: $[F]\{X\}$

Rigidez sistematizada

El método sistematizado de la rigidez es un método de fácil aplicación y programación que nos permite obtener la matriz de rigidez de estructuras más complejas, a partir de las matrices de rigidez de los grados de libertad (GDL) a partir de los cuales se puede obtener la matriz de transformación, proporcionando en la práctica un sistema adecuado de análisis y determinar las bases idóneas para el desarrollo de programas de ordenador, su campo de aplicación se encuentra en las estructuras de envergadura, donde los métodos manuales convencionales requieren un esfuerzo humano excesivo. (Godíño Poma, Lopez Yarango, & Rupay Vargas, 2017)

Figura 6

Sistema Q-D y Sistema q-d



Fuente: elaboración propia.

Matriz de rigidez de barra

Es la matriz de cada elemento de la estructura que considera todos los grados de libertad y expresa las relaciones de carga desplazamiento del elemento en términos de las coordenadas locales. (R.C Hibbeler, 2012)

Matriz de transformación

Es la relación de los GDL del sistema (Q-D) con los GDL de cada barra o componente, Esta relación permite a partir de los desplazamientos del sistema (Q-D), obtener los desplazamientos de cada barra o componente en el sistema (q-d). (Rupay Vargas M. J., 2024-I)

$$[A] = \begin{matrix} & \begin{matrix} D_1 & D_2 & D_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{matrix} & \left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{matrix} \right\} \end{matrix} \begin{matrix} [A_1] \\ [A_2] \\ [A_3] \end{matrix}$$

Principio de contragradencia

Este principio establece que si los vectores $\{d\}$ y $\{D\}$ que representan desplazamientos compatibles están relacionados mediante $\{d\} = \{A\}\{D\}$, entonces los vectores $\{q\}$ y $\{Q\}$ (en equilibrio), que representan las fuerzas correspondientes a $\{d\}$ y $\{D\}$ están relacionados a través de. (UPT;A.M.E., 2015)

$$\{d\} = \{A\} \cdot \{D\}$$

$$\{Q\} = \{A\}^T \cdot \{q\}$$

Robot structural

El software de diseño estructural Robot Structural es un programa informático de análisis estructural de elementos finitos de carga estructural que interactúa con Revit en el entorno BIM mejorando los flujos de trabajo, verifica el cumplimiento del código, Permite modelar, analizar y crear diseños más resistentes y construibles que sean precisos, coordinados y conectados a BIM. (Autodesk, 2024)

Planteamiento

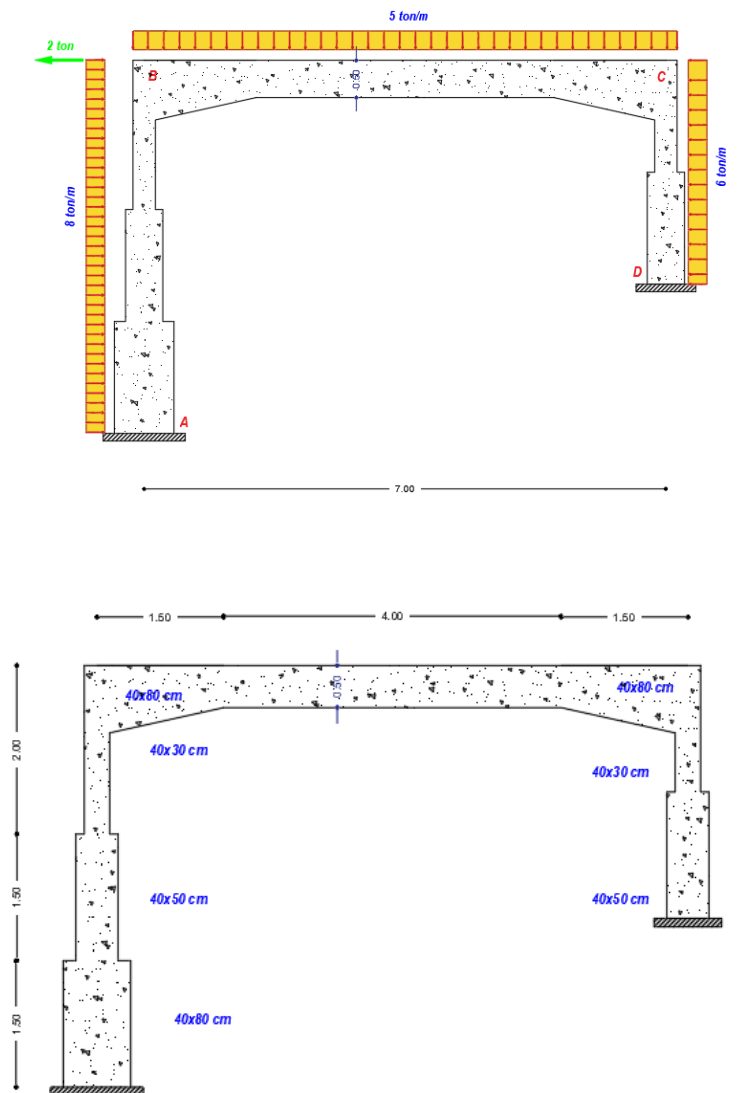
En el presente artículo se analizó un pórtico de sección variable con las siguientes características:

Pórtico de concreto ($f'c = 210 \text{ kgf/cm}^2$), con cargas distribuidas en todos los tramos y una carga puntual en el nodo B.

Se desprecia la deformación axial en todos los elementos ($EA = \infty$), el ancho de cada sección es constante en cada tramo $b = 40 \text{ cm}$.

Figura 7

Deformación axial de los elementos



Para la resolución del pórtico de sección variable se plantea los siguientes procedimientos de cálculo:

- Definir el sistema Q-D y q-d.
- Determinar la matriz de transformación (A_i).
- Determinar la matriz de rigidez de cada barra aplicando el método de flexibilidad (k_i).

- Calcular el vector de carga de fijación (R).
- Determinar la matriz de rigidez global de toda estructura.
- Calcular los desplazamientos en coordenadas globales.
- Calcular los desplazamientos en coordenadas locales.
- Calcular el vector de fuerzas internas en cada elemento.

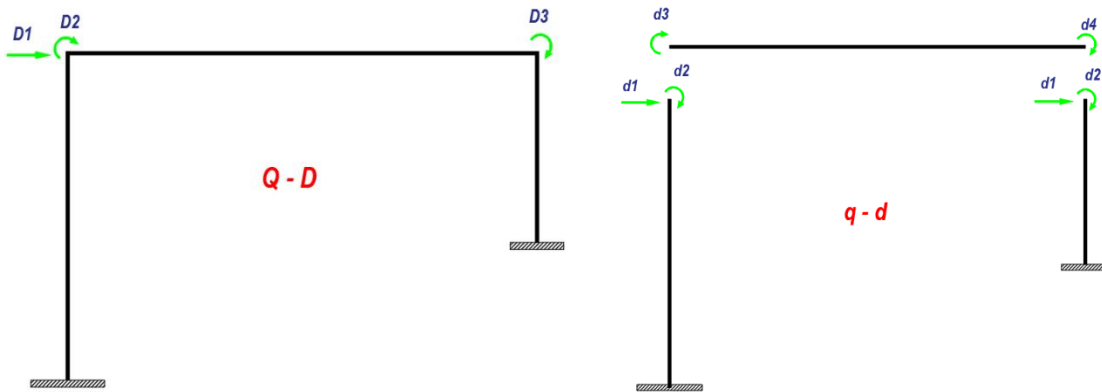
Aplicación del método

Sistema Q-D y q-d

Se identificó 3 grados de libertad (D_1, D_2, D_3) para el pórtico ABCD asociado a coordenadas globales para los cuales se define el vector de cargas nodales (Q) en función a las cargas externas, se discretizar la estructura en 3 barras considerando los grados de libertad locales.

Figura 8

Grados de libertad global y local



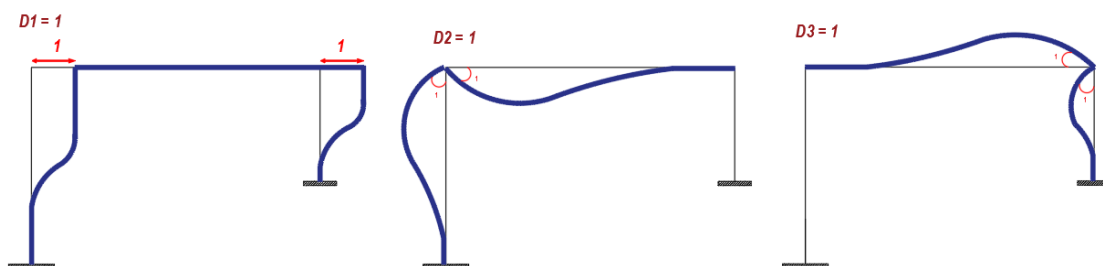
Matriz de transformación (A_i)

La matriz de transformación relaciona la variación expresada en deformaciones (desplazamientos y rotación) y de los grados de libertad locales cuando se liberan grados de libertad globales, a partir de estos desplazamientos se genera la matriz de transformación para cada barra.

Liberamos los grados de libertad uno a uno asignando deformaciones unitarias, considerando el criterio, cuando se libera un grado de libertad los demás grados pasan a ser restricciones.

Figura 9

Configuración deformada del pórtico



Cuantificamos la deformación en los grados de libertad local en la siguiente matriz.

Tabla 1

D ₁	D ₂	D ₃	Q/q
1	0	0	d ₁
0	1	0	d ₂
0	1	0	d ₃
0	0	1	d ₄
1	0	0	d ₅
0	0	1	d ₆

}

A1

}

A2

}

A3

Matriz

Matriz de rigidez de cada barra (k_i) y momentos de empotramiento

Debido a que en los 3 tramos se consideran sección variable es necesario considerar este efecto en la matriz de rigidez de cada barra, para ello empleamos el método de flexibilidad considerando la variación de la inercia en cada tramo. Tomando este criterio los resultados quedaran expresados en función del módulo de elasticidad mas no de la inercia ya que este será incluido en los cálculos, a partir de la matriz de flexibilidad hallamos la matriz de rigidez, y por el método de trabajo virtual hallamos los desplazamientos, los cuales nos servirán para calcular los momentos de empotramiento.

$$F = [f_{11} \ f_{21} \ f_{12} \ f_{22}] \frac{1}{E} \quad \rightarrow \quad F^{-1} = K \quad \rightarrow \quad K = [f_{11} \ f_{21} \ f_{12} \ f_{22}] E$$

Para cada tramo del pórtico analizado se realiza los siguientes cálculos:

Determinación de las deformaciones asociadas a cada grado de libertad (desplazamientos o giro) a partir del método de trabajo virtual.

$$D_{(\Delta, \theta)} = \int \frac{M \cdot m}{EI} dx$$

Cálculo de los coeficientes de flexibilidad.

Cálculo de la matriz de flexibilidad.

Cálculo de momentos de empotramiento asociadas a cada grado de libertad.

Consideraciones adicionales:

Debido a que la sección en cada tramo es rectangular y de ancho constante, la inercia se calculara aplicando la siguiente expresión:

$$I = \frac{b \cdot h(x)^3}{12}$$

Además, el módulo de elasticidad se considera constante en toda la estructura.

Tramo AB

Analizamos la configuración geométrica y la variación de inercia en cada tramo

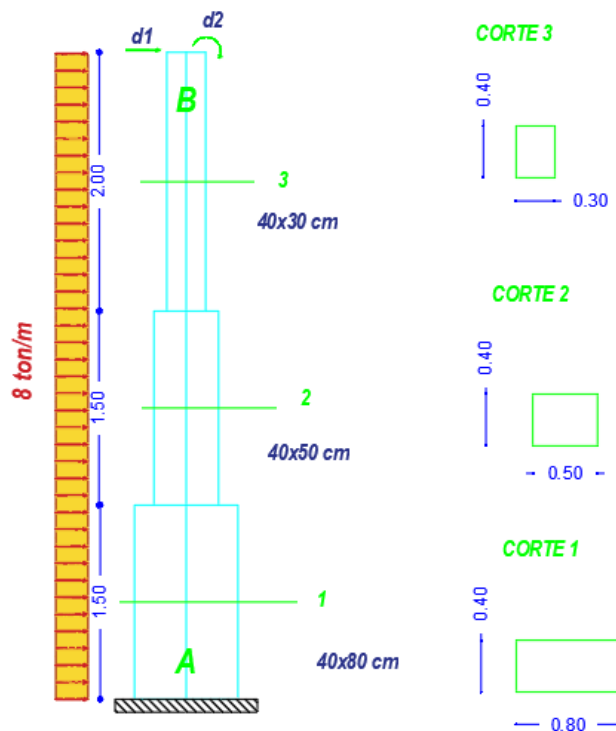


Figura 10

Análisis de la configuración geométrica y la variación de inercia en cada tramo

A partir del análisis de inercia en cada tramo, considerando el procedimiento de cálculo para cada tramo descrito anteriormente se determinaron los siguientes resultados para el tramo AB del pórtico.

Deformaciones

$$D_1 = [\Delta_1 \theta_1] = [77781.1469 \ 29427.8675] \frac{1}{E}$$

Matriz de flexibilidad

$$F_1 = [f_{11} \ f_{12} \ f_{21} \ f_{22}] = [7356.9669 \ 3585.7574 \ 3585.7574 \ 2670.1128]$$

Matriz de rigidez

$$K_1 = F_1^{-1} = [0.0004 \ -0.0005 \ -0.0005 \ 0.0011] E$$

Momentos de empotramiento

$$R = -K \cdot D$$

$$R_{AB} = -K_1 \cdot D_1 = [-15.0544 \ 9.1957]$$

Figura 11

Tramo BC

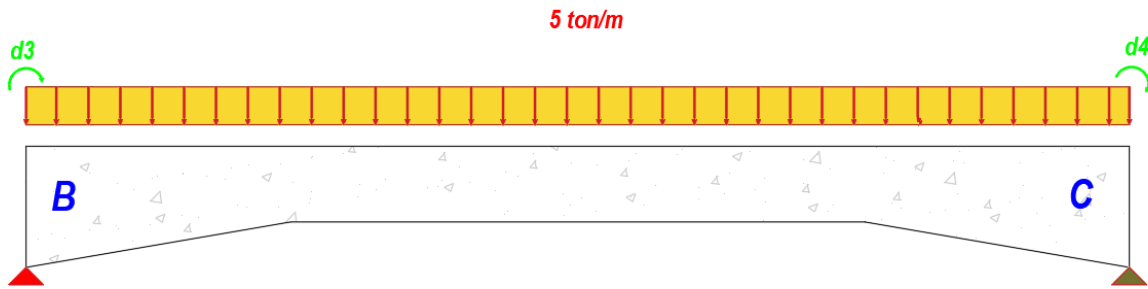
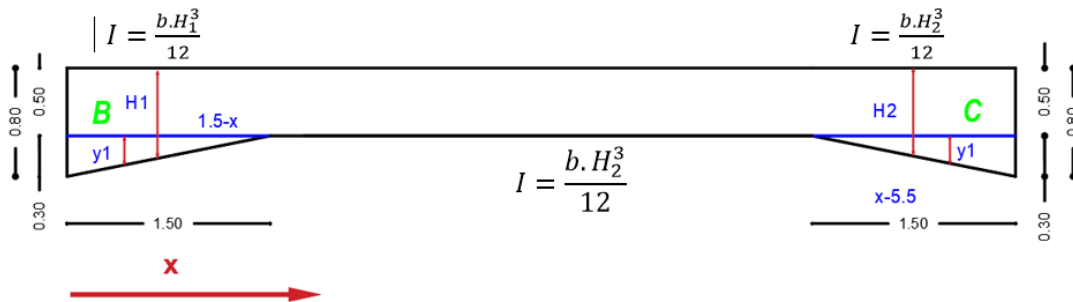


Figura 12

Análisis de la variación de inercia en cada tramo



A partir del análisis se determina la variación del peralte en función de la longitud x

$$H_1 = 0.8 - 0.2x$$

$$H_2 = 0.2x - 0.6$$

A partir del análisis de inercia en cada tramo, considerando el procedimiento de cálculo para cada tramo descrito anteriormente se determinaron los siguientes resultados para el tramo BC del pórtico.

Deformaciones

$$D_2 = [\theta_2 \ \theta_3] = [15584.341 \ -15584.341] \frac{1}{E}$$

Matriz de flexibilidad

$$F_2 = [f_{11} \ f_{12} \ f_{21} \ f_{22}] = [408.3743 \ -254.4382 \ -254.4382 \ 408.3743]$$

Matriz de rigidez

$$K_2 = F_2^{-1} = [0.0004 \ -0.0025 \ -0.0025 \ 0.004] E$$

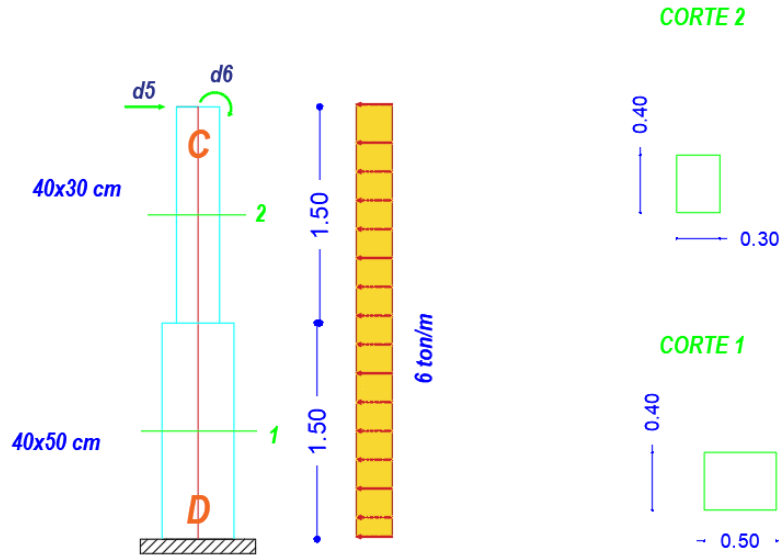
Matriz de empotramiento

$$R = -K \cdot D$$

$$R_{BC} = -K_2 \cdot D_2 = [-23.5124 \ 23.5124]$$

Tramo CD

Figura 13



Análisis de la configuración geométrica y la variación de inercia en cada tramo

A partir del análisis de inercia en cada tramo, considerando el procedimiento de cálculo para cada tramo descrito anteriormente se determinaron los siguientes resultados para el tramo CD del pórtico.

Deformaciones

$$D_3 = [\Delta_2 \ \theta_4] = [-17887.5 \ -9420] \frac{1}{E}$$

Matriz de flexibilidad

$$F_3 = [f_{11} \ f_{12} \ f_{21} \ f_{22}] = [3140 \ 2060 \ 2060 \ 2026.6667]$$

Matriz de rigidez

$$K_3 = F_3^{-1} = [0.001 \ -0.001 \ -0.001 \ 0.0015] E$$

Matriz de empotramiento

$$R = -K \cdot D$$

$$R_{CD} = -K_3 \cdot D_3 = [7.9461 \ -3.4288]$$

Considerando los resultados obtenidos para la matriz de rigidez local, los momentos de empotramiento local y la matriz de transformación para cada elemento se procede a ensamblar la matriz de rigidez global de la estructura.

Ensamblaje de la matriz de rigidez

$$K = \sum (A_i^T \cdot K_i \cdot A_i)$$

$$K = [0.0013 \quad -0.0005 \quad -0.001 \quad -0.0005 \quad 0.0051 \quad 0.0025 \quad -0.001 \quad 0.0025 \quad 0.0055]$$

Vector de cargas

$$Q - R = Q - \sum (A^T \cdot R_i) \quad \rightarrow \quad R = \sum (A^T \cdot R_i)$$

$$R = [-7.1083 \quad -14.3168 \quad 20.0837] \quad ; \quad Q = [-2 \quad 0 \quad 0]$$

Vector de deformaciones globales

$$D = K^{-1} \cdot (Q - R) = [1755.1747 \quad 5971.4675 \quad -6067.2125]$$

Vector de deformaciones locales

$$d_i = A_i \cdot D$$

$$d_{AB} = A_1 \cdot D = [1755.1747 \quad 5971.4675]$$

$$d_{BC} = A_2 \cdot D = [5971.4675 \quad -6067.2125]$$

$$d_{CD} = A_3 \cdot D = [1755.1747 \quad -6067.2125]$$

Vector de cargas locales para cada barra

$$q_i = r_i \cdot k_i \cdot d_i$$

$$q_{AB} = R_{AB} + k_1 \cdot d_{AB} = [-17.519 \quad 14.7419]$$

$$q_{BC} = R_{BC} + k_2 \cdot d_{BC} = [-14.7419 \quad 14.1199]$$

$$q_{CD} = R_{CD} + k_3 \cdot d_{CD} = [15.519 \quad -14.1199]$$

Consideraciones: El signo negativo indica que se debe invertir el sentido asumido inicialmente.

Validación del método

Comprobación con el programa robot

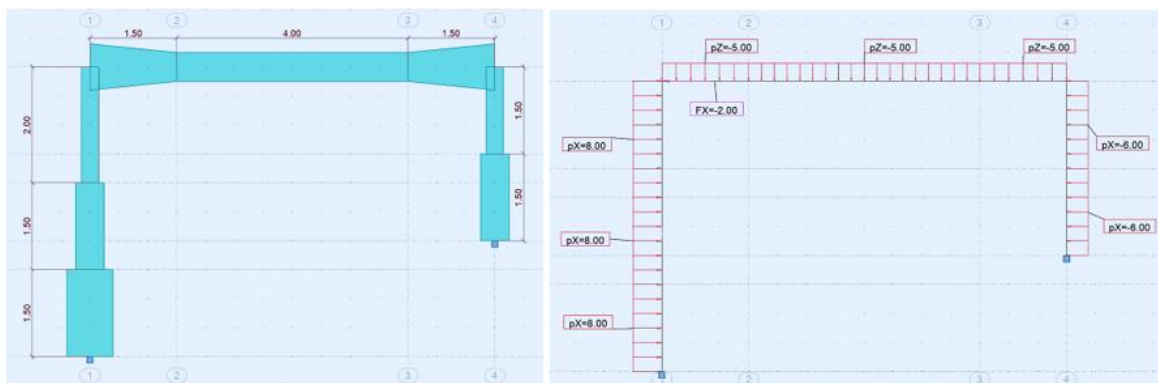


Figura 14

Modelado y asignación de cargas

Figura 15

Diagrama de momento flector

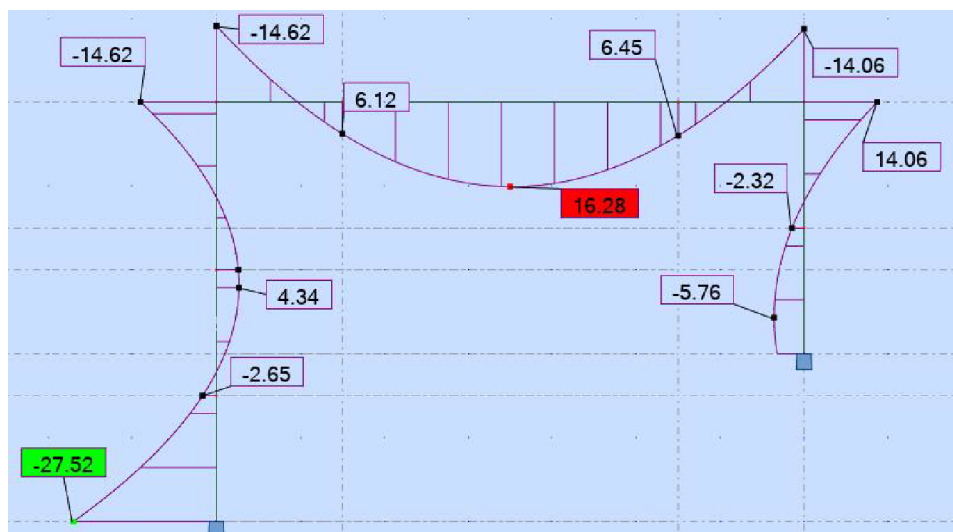
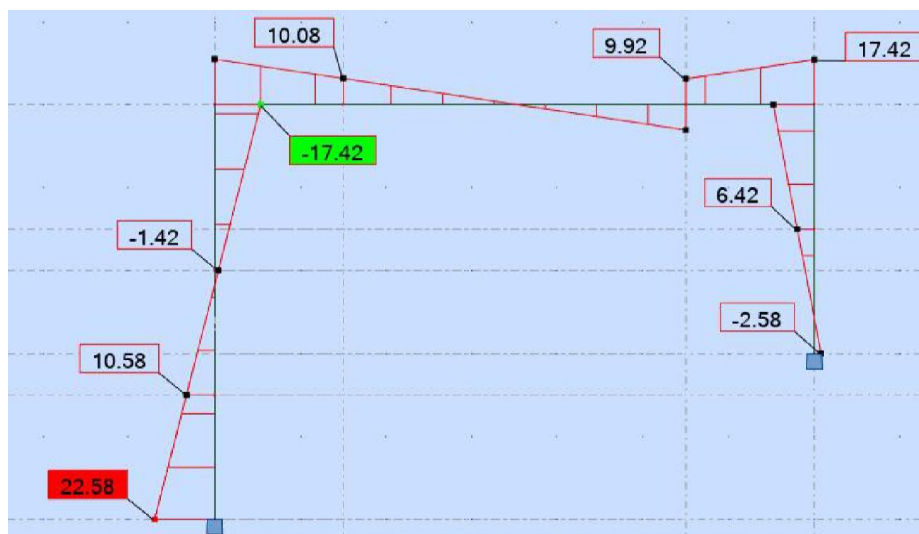


Figura 15

Diagrama de fuerza cortante



RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Considerando la complejidad para el análisis de pórticos con sección variable, la metodología propuesta facilita el cálculo de este tipo de estructuras mediante la aplicación de los métodos de flexibilidad y rigidez, estos métodos basados en el comportamiento lineal del material se relacionan entre sí, permitiendo una aplicación mutua, lo cual implica mayor posibilidades al momento de resolver las estructuras que se presenta en el ámbito de la ingeniería civil como los pórticos de concreto armado, como parte de la metodología aplicada se tomó como referencia una publicación del ingeniero Gian Franco Antonio Ottazzi Pasino titulada “Apuntes del curso de análisis estructural”, mediante las

cuales se constataron las hipótesis y teorías propuestas por el autor a partir del estudio presentado, se espera que los resultados de este artículo contribuyan a mejorar la comprensión del comportamiento estructural de pórticos con sección variable, y a optimizar su diseño para un mejor desempeño y seguridad.

CONCLUSIÓN

El presente estudio muestra la aplicación complementaria de los métodos basados en fuerzas y desplazamientos como son los métodos de flexibilidad y rigidez, mediante los cuales es posible resolver pórticos, considerando diversos casos de secciones variables y cargas externas. Es importante una correcta evaluación de la variación de la rigidez en función a la longitud para cada tramo, ya que de este cálculo dependen las matrices de flexibilidad y rigidez las cuales determinan los resultados obtenidos.

Para estructuras más complejas es recomendable la aplicación del método de rigidez sistematizado ya que permite mayor facilidad para ensamblar la matriz de rigidez global, el cual es el principal insumo para la determinación de las fuerzas internas en cada uno de los elementos estructurales.

REFERENCIAS

- Autodesk. (2024). Análisis estructural de robots. Obtenido de Analisis estructural de robots: <https://www.autodesk.com/products/robot-structural-analysis/overview>
- Blanco Díaz, C. R., & Punzo, R. R. (2015). metodo matricila de estructuras. Obtenido de <https://latam.redilat.org/index.php/lt/article/view/787?articlesBySimilarityPage=3>
- Godiño Poma, F., Lopez Yarango , J. S., & Rupay Vargas, M. J. (2017). ANALISIS ESTRUCTURAL- Metodos Energeticos y Matricial con Aplicaciones MATHCAD. Huancayo: Impresos S.R.L.
- Leet, Uang, & Gilbert. (2016). Fundamentos del Análisis Estructural. McGraw-Hill Education.
- McCormac, J., & Elling, R. (s.f.). ANALISIS DE ESTRUCTURAS-Metodos Clasicos y Matricial (1ra Edicion ed.). Alfaomega.
- Ottazzi Pasino, G. (2014). Apuntes de curso Análisis Estructural 1. Lima: P.U.C.P.
- Ottazzi Passino, G. (2014). Apuntes de curso Análisis Estructural 1. Lima: P.U.C.P.
- R.C Hibbeler, 8. e. (2012). Análisis Estructural. Mexico: Pearson Educacion.
- Rupay Vargas, M. J. (2023-2). Apuntes de clases A.E. I. La Merced: UNISCJSA.
- Rupay Vargas, M. J. (2024-I). Apuntes de clases A.E.II. La Merced: UNISCJSA.
- UPT;A.M.E. (2015). Academia.edu. Obtenido de Academia.edu: https://www.academia.edu/30266194/Formulaci%C3%B3n_Matricial_del_M%C3%A9todo_de_Rigidez_2015_Propiedades_de_la_Matriz_de_Rigidez_K_es_Sim%C3%A9trica.