

LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, Asunción, Paraguay.

ISSN en línea: 2789-3855, 2025, Volumen VI

Aprendizaje de la noción función mediante la modelación del movimiento de un carro robótico graficador

Learning the Function Concept through the Modeling of a Graphing Robotic Car's Movement

Yessica Alejandra Uh Can

yessica.uh@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0003-7249-9410>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 CBTis 72 Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

Zuemy Beatriz Alvarado Caamal

zuemy.alvarado@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0003-0648-5416>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 (CBTis 72) Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

Angel Felipe Suaste Tuz

angel.suaste@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0004-6313-6797>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 (CBTis 72) Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

Víctor Alfonso Manuel Custodio

victor.manuel@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0000-2596-9369>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 (CBTis 72) Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v6i3.4197>

Artículo recibido: 25 de junio de 2025

Aceptado para publicación: 21 de julio de 2025.

Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.


Redilat
Red de Investigadores Latinoamericanos

NÚMERO

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v6i3.4197>

Aprendizaje de la noción función mediante la modelación del movimiento de un carro robótico graficador

Learning the Function Concept through the Modeling of a Graphing Robotic Car's Movement

Yessica Alejandra Uh Can¹

yessica.uh@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0003-7249-9410>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 CBTis 72
Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

Angel Felipe Suaste Tuz

angel.suaste@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0004-6313-6797>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 (CBTis 72)
Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

Víctor Alfonso Manuel Custodio

victor.manuel@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0000-2596-9369>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 (CBTis 72)
Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

Zuemy Beatriz Alvarado Caamal

zuemy.alvarado@cbtis72.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0003-0648-5416>

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 72 (CBTis 72)
Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo – México

Artículo recibido: 25 de junio de 2025. Aceptado para publicación: 21 de julio de 2025.
Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

Resumen

El presente estudio tuvo como objetivo evaluar el impacto del uso de un carro robótico graficador en el desarrollo del pensamiento covariacional y el aprendizaje de la noción función en estudiantes de tercer semestre de educación media superior, comparando un grupo experimental con enseñanza dinámica y un grupo con metodología tradicional. Basado en el marco teórico de Carlson et al. (2003), se analizaron los niveles de razonamiento covariacional a través de pruebas pre-test y post-test. La investigación se desarrolló bajo un enfoque mixto con un diseño experimental de tipo pre-test y post-test con dos grupos pertenecientes a la misma institución, semestre y condiciones de aprendizaje similares. Los resultados muestran mejoras significativas en el grupo experimental, donde el carro robótico graficador y tareas de modelación potenciaron la capacidad de los estudiantes para coordinar variaciones entre magnitudes. En la prueba post-test, el porcentaje de alumnos en el nivel 3 pasó de 27.5% a 72.5%, evidenciando una evolución en la comprensión matemática. Además, el número de estudiantes que conceptualizaron la función como una relación entre dos cantidades que cambian simultáneamente aumentó del 15% al 70%. Estas mejoras respaldan la importancia de la enseñanza experiencial, alineándose con la metodología 5E y estudios previos sobre el uso de tecnología en educación matemática. Aunque el estudio presenta limitaciones relacionadas con la generalización de resultados y el acceso a tecnología, los hallazgos sugieren que herramientas como

¹ Autora de correspondencia.


la robótica pueden transformar la enseñanza de las matemáticas, optimizando el proceso de aprendizaje y fomentando un pensamiento matemático dinámico.

Palabras clave: pensamiento covariacional, robótica educativa, carro robótico, aprendizaje experiencial, noción función

Abstract

This study aimed to evaluate the impact of using a graphing robotic car on the development of covariational thinking and the learning of the function concept in third-semester high school students, comparing an experimental group with dynamic teaching and a group with a traditional methodology. Based on the theoretical framework of Carlson et al. (2003), covariational reasoning levels were analyzed through pre-test and post-test assessments. The research followed a mixed-method approach with a pre-test/post-test experimental design, involving two groups from the same institution, semester, and similar learning conditions. The results show significant improvements in the experimental group, where the graphing robotic car and modeling tasks enhanced students' ability to coordinate variations between magnitudes. In the post-test, the percentage of students in level 3 increased from 27.5% to 72.5%, demonstrating progress in mathematical understanding. Additionally, the number of students who conceptualized functions as a relationship between two simultaneously changing quantities rose from 15% to 70%. These improvements support the importance of experiential learning, aligning with the 5E methodology and previous studies on the use of technology in mathematics education. Although the study presents limitations related to the generalization of results and access to technology, the findings suggest that tools such as robotics can transform mathematics education, optimizing the learning process and fostering dynamic mathematical thinking.

Keywords: covariational thinking, educational robotics, robotic car, experiential learning, function concept

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicado en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons. 

Cómo citar: Uh Can, Y. A., Suaste Tuz, A. F., Manuel Custodio, V. A., & Alvarado Caamal, Z. B. (2025). Aprendizaje de la noción función mediante la modelación del movimiento de un carro robótico graficador. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 6 (3), 3311 – 3326. <https://doi.org/10.56712/latam.v6i3.4197>

INTRODUCCIÓN

La enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, en cualquier nivel educativo, han constituido desde siempre un proceso difícil. Numerosas investigaciones revelan que la enseñanza aprendizaje de las matemáticas es uno de los problemas significativos de cualquier modelo educativo; basta con indagar en los resultados de pruebas nacionales e internaciones, como la prueba PISA 2022, donde México obtuvo un promedio de 395 en el área de matemáticas, estando a 77 puntos del promedio global siendo el tercer país peor evaluado, ocupando el lugar 35 de 37 países, según el Organisation for Economic Cooperation and Development (OECD).

A nivel nacional los resultados no son distintos, el último reporte desarrollado por Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) establece que sólo el 2.5% de los estudiantes evaluados logran el nivel destacado de la prueba (PLANEA, 2017). Por otra parte, la Universidad Autónoma de México (UNAM) a través de la Coordinación de Evaluación, Innovación y Desarrollo Educativos (CEIDE) evaluaron los conocimientos de los alumnos al momento de ingresar al nivel superior, los resultados expresan que el promedio de aciertos en reactivos de conocimientos matemáticos es menor al 50% (UNAM, 2024), aún en aspirantes que optan por carreras relacionadas al área de Ciencias Físico-Matemáticas y de las Ingenierías. Entre los factores que contribuyen a estos bajos resultados se destacan la formación inicial de los docentes, la sobrecarga curricular, la falta de recursos educativos e infraestructura adecuados y las condiciones socioeconómicas adversas que enfrentan muchos estudiantes (Ortiz et al., 2024).

La enseñanza de la Matemática continúa siendo una de las áreas más desafiantes para el sistema educativo, no solo por su naturaleza abstracta, sino también por los métodos tradicionales que prevalecen en su instrucción (García et al., 2021). En general, se puede clasificar las problemáticas relativas a la enseñanza de las matemáticas a múltiples factores los cuales abarcan los aspectos cognitivos, sociales, epistemológicos, didácticos, entre otros. En particular, el aspecto didáctico ha tomado especial relevancia en las investigaciones relativas a la matemática educativa donde se ha puesto de manifiesto que el uso de métodos tradicionales de enseñanza, centrados en el profesor, limita el desarrollo de habilidades cognitivas y pensamiento crítico, análisis de la información, desarrollo de la creatividad, iniciativa y capacidad de comunicación que lleva a los estudiantes a un proceso de memorización y reproducción de procedimientos y algoritmos sin sentido y funcionalidad. Por todo lo anterior, “el modelo tradicional para enseñar matemáticas llega a ser limitativo para el desarrollo del pensamiento matemático, donde el rol del estudiante es más receptivo y el aprendizaje llega ser más memorístico, procedimental e instrumental” (Collí, et al, 2020, p. 20).

Actualmente, la enseñanza de las Matemáticas en el currículo escolar, tiene como objetivo lograr un aprendizaje de trayectoria, es decir, se centra en que el alumno desarrolle aprendizajes profundos, en vez de superficiales, para comprender otras áreas de conocimiento, tomar mejores decisiones, comprender e interactuar con el mundo que lo rodea y aplicarlo para la toma de decisiones con pensamiento crítico. Lograr lo anterior, requiere el desarrollo de estrategias didácticas innovadoras por parte del docente, las cuales pueden ser apoyadas con el uso de materiales didácticos que promuevan el aprendizaje a través de su uso y manipulación.

En este sentido, y sobre todo en la condición actual en la que se encuentra el desempeño de los estudiantes mexicanos en las pruebas nacionales e internacionales, es necesario que los docentes reflexionen acerca del proceso de enseñanza aprendizaje, promoviendo formas en las que el alumno tenga un rol más activo.

En un mundo cada vez más mediado por la tecnología, resulta incongruente que los procesos de enseñanza-aprendizaje (PEA) permanezcan estáticos, especialmente cuando los estudiantes están inmersos en entornos digitales y tecnológicos en su vida cotidiana (Cabero et al., 2020). Uno de los

enfoques que ha tomado especial relevancia en los últimos años es el uso de herramientas tecnológicas, en particular, el uso de la robótica educativa como medio didáctico que favorece la creación de entornos educativos distintos a los tradicionales. Al respecto, Rosero (2024) expone que la robótica educativa es un recurso tecnológico altamente motivante que hace uso de herramientas tangibles que permite a los estudiantes interactuar con objetos matemáticos abstractos de manera práctica y dinámica favoreciendo aprendizajes experienciales, los cuales le permiten aprender a través de la experimentación, reflexión, argumentación y pensamiento crítico y no en la acumulación de conocimientos (Marcillo et al, 2019).

La institución educativa CBTis 72 ubicada en el municipio de Felipe Carrillo Puerto, Q.Roo, enfrenta serias dificultades en cuanto al proceso de enseñanza- aprendizaje de los conceptos esenciales de la unidad de aprendizaje relativa al Pensamiento Matemático. Los últimos registros académicos muestran un bajo rendimiento en todos los niveles semestrales, caracterizado por calificaciones que apenas alcanzan el valor de acreditación, escasa participación de los estudiantes en las clases y dificultades en la comprensión y aplicación de los conceptos para la resolución de problemas y situaciones contextuales.

La situación se vuelve aún más compleja por la metodología de enseñanza que prevalece entre los docentes titulares que imparten dicha unidad de aprendizaje, la cual se centra en clases magistrales tradicionales donde el docente es el principal actor del PEA, brindando una enseñanza unidireccional sin sentido y funcionalidad en el contexto de los estudiantes, donde los estudiantes asumen un rol pasivo como receptor de información y reproducción de procedimientos y algoritmos.

Adicionalmente, es necesario mencionar que la institución cuenta con una infraestructura que le permite al docente hacer uso de proyectores, acceso a internet, laboratorios de física, laboratorio de robótica, kits de robótica, impresoras 3D, entre otros recursos que podrían ser utilizados por los docentes para resignificar su didáctica. Sin embargo, a pesar de contar con estos recursos, los docentes no reciben ningún tipo de capacitación o guía sobre cómo integrar la pedagogía y la tecnología para un mejor aprovechamiento de la misma en el PEA de las matemáticas.

Frente a este panorama general y particular del rendimiento de los estudiantes en el área de las matemáticas, es necesario considerar el uso de herramientas tecnológicas para mejorar la comprensión y el desarrollo del pensamiento matemático. En especial, en este trabajo de investigación nos centraremos en el PEA de la noción de función con alumnos pertenecientes a tercer semestre de nivel media superior. El objetivo es contribuir en el fortalecimiento de la comprensión de la noción de función matemática a través de fenómenos donde el cambio es parte central de su estudio, mediante el uso de un carro robótico graficador y de una secuencia didáctica de aprendizaje basada en la metodología activa de las 5E, que incorpora tareas de análisis de movimiento y promueve el desarrollo del pensamiento crítico, la resolución de problemas, la modelación y la conexión entre conceptos abstractos y situaciones reales. Contribuyendo con el objetivo 4 de la Agenda 2030 que garantiza una educación inclusiva, equitativa y de calidad fomentando el desarrollo de los aprendizajes de trayectoria.

Este objetivo de investigación se desarrolla a través de los siguientes objetivos específicos:

- Construir el carro robótico a partir del kit de robótica y programar el código que permita medir las distancias y el tiempo a través del sensor de movimiento y el sensor bluetooth.
- Diseñar un pretest con el propósito de evaluar el conocimiento actual de los estudiantes con referencia a la noción de función.
- Diseñar e implementar la secuencia didáctica de aprendizaje que integra la metodología activa de las 5E y el aprendizaje experimental para asegurar un aprendizaje significativo y participativo.

- Diseñar un post test que permita evaluar el impacto del uso de un carro robótico graficador como herramienta didáctica tecnológica que permite el desarrollo del pensamiento variacional y covariacional.
- Evaluar los conocimientos de los estudiantes después de la implementación de la secuencia didáctica, a través de la comparación de los conocimientos previos con los conocimientos adquiridos proporcionados por los test para identificar el nivel de fortalecimiento de la noción de función.

Estos objetivos responden a nuestra pregunta de investigación: ¿cómo influye el análisis de fenómenos de movimiento mediante el uso de un carro robótico graficador para la resignificación de la noción de función matemática?

METODOLOGÍA

Debido a la necesidad de abordar problemas concretos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y evaluar la efectividad del uso de la robótica como medio didáctico en un entorno controlado, la presente investigación se fundamenta en las teorías de la investigación aplicada del tipo experimental, considerando un enfoque mixto para el análisis de los datos. La justificación de estos dos tipos de investigación se basa en que la investigación aplicada se caracteriza por la utilización de los conocimientos científicos para encontrar soluciones concretas y prácticas a problemas relacionados con la salud, la tecnología, la educación, entre otras.

Por otro lado, la investigación es de tipo experimental porque permite la manipulación y control de las variables involucradas en el estudio para su posterior evaluación. Asimismo, se considera de corte mixto debido a que los resultados serán analizados de manera cualitativa y cuantitativa para su posterior clasificación y comparación de acuerdo al marco teórico de las acciones mentales y niveles de razonamiento covariacional. La clasificación de las respuestas de acuerdo a las acciones mentales nos permitirá cuantificar el porcentaje de alumnos que se encuentran en cierto nivel y compararlo en las pruebas pre-test y post-test.

Para el desarrollo del proyecto a través de la investigación aplicada se tomará como fundamento los pasos que propone Padrón (2006):

- Partir de una situación problemática.
- Seleccionar una teoría para exponerla en sus aspectos centrales y rasgos contextuales.
- Examinar la situación "problema" a la luz de la teoría seleccionada.
- Ensayar y probar el prototipo descrito.

Con este tipo de investigación se pretende mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje a través de la implementación de una herramienta tecnológica e innovadora que facilita la comprensión de la noción de función a través de tareas que involucren el estudio del movimiento y su modelación.

Con respecto a la población y muestra, se tomó como referencia el plantel de media superior CBTis 72, ubicada en Felipe Carrillo Puerto, una institución pública con un total de 832 estudiantes entre ambos turnos (matutino y vespertino). La muestra estuvo conformada por 75 estudiantes (dos grupos), al que llamaremos grupo A y grupo B. Al grupo A, con un total de 35 estudiantes, se le presentó el concepto matemático función a través de una clase tradicional, mientras que al grupo B, con un total de 40 estudiantes, se le aplicó una secuencia didáctica y la utilización del carro robótico graficador como herramienta didáctica.

En primer lugar, se realizó una prueba diagnóstica (pre-test) de Matemáticas, diseñada con la finalidad de medir el nivel de las habilidades y destrezas de los estudiantes en la identificación y relación de variables en la resolución de ejercicios matemáticos que contemplaran el análisis de situaciones

dinámicas, como el llenado de recipientes. Es importante mencionar que el análisis realizado en la prueba pre-test fue a través de la visualización cognitiva de los estudiantes, ya que no se les presentaron situaciones reales que ejemplifican la situación.

Posteriormente, se trabajaron con ambos grupos usando técnicas de enseñanza diferentes. En un grupo se implementó una clase tradicional donde se le presentó al estudiante la definición de función, los tipos de funciones y sus representaciones (gráfica, tabular y algebraica). En contraste, con el segundo grupo se diseñó e implementó el uso del carro robótico graficador junto con una secuencia de aprendizaje basada en la metodología activa de las 5E por un periodo de 5 sesiones de clase, contemplando un tiempo de 50 minutos por sesión. Finalmente se aplicó una evaluación final, una prueba de rendimiento (postest) para medir el progreso académico, comparando los resultados en ambos grupos.

La metodología usada para el análisis de la información se basa en los cinco niveles de acciones mentales del razonamiento covariacional y los cinco niveles de desarrollo de las imágenes de la covariación propuestas por Carlson, et al (2003). A continuación, se presenta la descripción de las primeras tres acciones mentales que los estudiantes pueden llevar a cabo ante situaciones dinámicas. Únicamente se presentan aquellas que fueron consideradas para este estudio en particular.

Tabla 1

Primeras tres acciones mentales del marco conceptual para la covariación

Acción mental	Descripción de la acción mental	Comportamientos
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g., y cambia con cambios en x).
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.

Fuente: Adaptado de "Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio" (p. 128), por Carlson et al, 2003, Revista EMA, 8(2).

Asimismo, un estudiante se "clasifica en determinado nivel de acuerdo con la imagen global que parece sustentar a las varias acciones mentales que esa persona exhibe en el contexto de un problema o tarea" (Carlson, et al, 2003, p. 128). Se podrá clasificar a un estudiante en determinado nivel cuando sustenten las acciones mentales de dicho nivel y de los niveles inferiores. A continuación, se muestran los primeros tres niveles que contempla el marco conceptual.

Figura 1

Marco conceptual para los niveles de pensamiento covariación

Niveles del razonamiento covariacional

El marco conceptual para la covariación describe cinco niveles de desarrollo de las imágenes de la covariación. Estas imágenes de covariación se presentan en términos de las acciones mentales sustentadas por cada imagen.

Nivel 1 (N1). Coordinación

En el nivel de coordinación, las imágenes de la covariación pueden sustentar a la acción mental de coordinar el cambio de una variable con cambios en la otra variable (AM1).

Nivel 2 (N2). Dirección

En el nivel de dirección, las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la dirección del cambio de una de las variables con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1 y AM2 ambas son sustentadas por imágenes de N2.

Nivel 3 (N3). Coordinación cuantitativa

En el nivel de la coordinación cuantitativa, las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la cantidad de cambio en una variable con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1, AM2 y AM3 son sustentadas por las imágenes de N3.

Fuente: Adaptado de “Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio” (p. 129), por Carlson et al, 2003, Revista EMA, 8(2).

Este marco conceptual se usó en el estudio como una herramienta analítica para evaluar el pensamiento covariacional de los estudiantes en las pruebas pre-test y post-test, de ésta manera se comparó la importancia de éste tipo de pensamiento en la consolidación del concepto de función en los estudiantes de nivel bachillerato.

Para el análisis de datos, se usó la estadística descriptiva para el análisis de frecuencias y Excel para los organizadores gráficos, así como el análisis a respuestas abiertas propuestas por Bardin (2002) para obtener una descripción sistemática y objetiva a las respuestas obtenidas de las diferentes técnicas de recolección de datos.

DESARROLLO

El pensamiento matemático, pensamiento variacional y el pensamiento covariacional

El pensamiento matemático es un concepto que se ha ido formando a lo largo de la historia y del cual podemos encontrar numerosas concepciones que pueden interpretarse de diferentes maneras, de acuerdo a los protagonistas o procesos cognitivos implicados en su desarrollo. Una de las obras que ha servido como referencia durante décadas es *Thinking Mathematically* (Mason, Burton y Stacey, 1982), donde se define que el pensamiento matemático es “un proceso dinámico que, al permitirnos aumentar la complejidad de las ideas que podemos manejar, amplía nuestra comprensión” (p.144), asimismo los autores señalan que el pensamiento matemático “se apoya en una atmósfera de cuestionamiento, desafío y reflexión y ayuda a comprenderse a sí mismo y al mundo” (p. 145).

Por otra parte, Cantoral, et al (2005) hace referencia a que el pensamiento matemático no es un proceso exclusivo de los matemáticos o del ambiente científico, sino que trata de todas aquellas formas posibles de construir ideas matemáticas en el enfrentamiento cotidiano de múltiples tareas.

Riveros (2019) plantea que el desarrollo del pensamiento matemático conlleva la necesidad de hacer transitar a los alumnos en distintos niveles de pensamiento, como el aritmético, algebraico, aleatorio, geométrico o espacial, variacional y covariacional, teniendo este último “un papel crucial en la invención de los conceptos matemáticos que llevaron a la definición moderna de función” (Thompson y Carlson, 2017, p. 423) y de ahí su relevancia para el desarrollo de conceptos abstractos relativos al pensamiento matemático moderno.

El pensamiento variacional puede ser abordado desde la covariación a la hora de interpretar los fenómenos dinámicos y las razones de cambio. El razonamiento variacional y covariacional como sustentos teóricos aparecieron a finales de los años 80 y principios de los 90 y a lo largo de los años se ha reflejado en diversas investigaciones como los de Jere Confrey (1991; 1992), Pat Thompson (1988; 1990; 1993, 1994a; 1994b), Cantoral y Farfan (2000), Cantoral (2013), Carlson (1998) y Carlson et al (2002, 2015, 2017). El último trabajo realizado por Thompson y Carlson (2017) brinda una definición conceptual del pensamiento variacional que ha servido de guía teórica en numerosas investigaciones referentes al desarrollo de éste tipo de pensamiento. Estos autores consideran que el pensamiento variacional se refiere a la capacidad de razonar sobre cómo una magnitud varía con respecto a otro parámetro. Por otro lado, Carlson (1998) define el pensamiento covariacional como la habilidad de coordinar las variaciones de dos magnitudes que cambian simultáneamente de manera que exista una relación invariante entre sus valores.

Además, en Carlson, et al (2003) se propone un marco conceptual que permite clasificar las conductas, habilidades y procesos mentales llevadas a cabo por los alumnos cuando se enfrentan a situaciones dinámicas que incluyen un análisis de covariación. Este marco conceptual ha sido utilizado en varias investigaciones relacionadas a la enseñanza aprendizaje de nociones relativas al Cálculo como en Mateus, E. y Moren, E. (2021), Rueda y Parada (2016), Carlson y Moore (2015), Torres y Mejía (2015), entre otros.

Desde esta perspectiva de pensamiento Thompson y Carlson (2017) proponen una definición de función:

Una función covariacionalmente, es una concepción de dos cantidades que varían simultáneamente de manera que exista una relación invariante entre sus valores que tenga la propiedad de que, en la concepción de la persona, cada valor de una cantidad determina exactamente un valor de la otra (p. 444).

La robótica educativa y sus alcances en el desarrollo del pensamiento matemático

“La visión estática de los estudiantes de situaciones dinámicas contribuía a su incapacidad para construir fórmulas significativas para representar una cantidad en función de otra” (Carlson, 1998, como se citó en Thompson y Carlson, 2017, p.426). Por tanto, el desarrollo de la noción de función debe construirse a través de situaciones dinámicas y una de las herramientas que pueden considerarse para plantear este tipo de situaciones son las herramientas tecnológicas.

Un estudio realizado por Dávila (2018) plantea que “el uso de GeoGebra como instrumento de mediación ha sido altamente positivo, ya que no sólo permitió el aprendizaje por exploración orientada sino también el fortalecimiento de los procesos generales asociados al pensamiento variacional, en contextos colaborativos” (p. 90). Asimismo, en un estudio más reciente realizado por Acendra y Conde (2024) se analizan diversos estudios realizados a partir de la metodología STEAM y el uso de tecnologías para el desarrollo del pensamiento matemático. Sus resultados revelan que el uso de éstas dos herramientas, no sólo logra desarrollar el pensamiento matemático, sino que puede responder a las necesidades educativas del presente siglo.

En suma, otro de los recursos tecnológicos que han ido cobrando relevancia en los últimos años es la robótica educativa. Un estudio realizado por Zambrano y Celada (2019) permite verificar que “la aplicación de estrategias didácticas a partir de herramientas robóticas es significativamente preferente a la enseñanza con un modelo tradicional” (p. 157). Por su parte, Rosero (2024) comprueba que “estas herramientas permiten un aprendizaje más práctico y dinámico, alejado de enfoques tradicionales basados en la memorización” (p. 140), además brinda otras características fundamentales que señalan a la robótica como una herramienta didáctica poderosa que puede mejorar el aprendizaje de las matemáticas.

La metodología de las 5E y la teoría del aprendizaje experiencial

La metodología activa de las 5E se centra en la enseñanza aprendizaje con base constructivista, con el propósito de generar aprendizajes duraderos, profundos, complejos, significativos y auténticos evitando la memorización mecánica. Esta metodología conlleva la planificación de cinco etapas, las cuales son enganchar, explorar, explicar, elaborar y evaluar (Torres 2023). Este proceso aporta una conexión conceptual con situaciones de la vida real, por lo que se considera que su uso es fundamental en la aplicación del carro robótico a través del aprendizaje experiencial. Este último es considerado como un proceso mediante el cual se adquieren nuevas habilidades, conocimientos, conductas y eventualmente hasta valores, como resultado del estudio de la observación y la experiencia (Baena, 2019, p.16).

RESULTADOS

Para el análisis y comparación de los resultados de los test se usó el marco teórico propuesto por Carlson et al (2003) y que se describió en la sección de ruta metodológica. Es necesario enfatizar que las acciones mentales 4 y 5 al que hace referencia Carlson et al (2003) no serán analizadas en esta investigación debido a que dichas acciones mentales pertenecen a un nivel de análisis superior y que está relacionado a nociones más abstractas como la concavidad, la derivada, límite, entre otras.

El análisis de resultados se centró específicamente en la comparación de las primeras tres acciones mentales, evaluando las respuestas relativas a determinación de las variables que intervienen en las situaciones, relación entre las variables y sus razones de cambio, construcción de gráficas, tablas y argumentación crítica de sus respuestas. Asimismo, para el análisis y clasificación de las acciones mentales y niveles de razonamiento, se tiene que el nivel 1 sustenta la AM1, mientras que el nivel 2 sustenta las acciones mentales AM1 y AM2, y para el nivel de razonamiento 3 se sustentan las acciones mentales AM1, AM2 y AM3, lo que indica que un alumno que se encuentra en el nivel de razonamiento 3 debe sustentar acciones mentales relativas a la coordinación del valor, dirección y de cantidad de cambio de una variable respecto de la otra.

A continuación, se presentan los datos obtenidos de la prueba pre-test y post-test a partir del marco teórico propuesto por Carlson et al (2003).

Tabla 2

Clasificación del grupo A usando los niveles y acciones mentales del pensamiento covariacional en la prueba pre-test

Nivel	Acción mental	N	%
Nivel 1. Coordinación	AM1. Designación de los ejes del plano y declaraciones de los tipos de variables y sus cambios.	21	60%
Nivel 2. Dirección	AM2. Construcción de una recta creciente o declaraciones sobre la dirección de los valores de salida con respecto a los valores de entrada.	12	34%

Nivel 3. Coordinación cuantitativa	AM3. localización de puntos en gráficas que no son siempre crecientes, así como la declaración sobre la cantidad de cambio de una variable respecto a otra.	9	25%
--	---	---	-----

Fuente: datos obtenidos de la prueba pretest en el grupo A

Tabla 3

Clasificación del grupo A usando los niveles y acciones mentales del pensamiento covariacional en la prueba post-test

Nivel	Acción mental	N	%
Nivel 1. Coordinación	AM1. Designación de los ejes del plano y declaraciones de los tipos de variables y sus cambios.	25	71%
Nivel 2. Dirección	AM2. Construcción de una recta creciente o declaraciones sobre la dirección de los valores de salida con respecto a los valores de entrada.	15	42%
Nivel 3. Coordinación cuantitativa	AM3. localización de puntos en gráficas que no son siempre crecientes, así como la declaración sobre la cantidad de cambio de una variable respecto a otra.	11	31%

Fuente: datos obtenidos de la prueba post-test en el grupo A.

Gráfico 1

Comparación de la cantidad de alumnos por nivel de pensamiento covariacional en la prueba pre-test y post-test del grupo A (grupo en el que se usó la metodología de enseñanza tradicional)



Las tablas y gráficos anteriores muestran la clasificación de los alumnos en los diferentes niveles de pensamiento covariacional. La clasificación fue realizada tomando en cuenta las respuestas brindadas a los cuestionamientos referentes sobre la construcción de las gráficas, tablas y modelos algebraicos que representaban la situación de cambio del llenado de un recipiente en la prueba pre-test y movimiento de un carro en la prueba post-test. Es necesario recalcar que en ambas pruebas no se les

presentó a los alumnos las imágenes, videos o representaciones físicas de las situaciones dinámicas, por lo que los estudiantes necesariamente tenían que recurrir a la visualización cognitiva para dar respuesta a los cuestionamientos. Con los datos obtenidos se puede verificar que el uso de una enseñanza tradicional muestra leves variaciones. En la prueba pre-test sólo el 60% de los estudiantes se ubican en el nivel 1, porcentaje que aumentó al 71% en la prueba post-test. Por otro lado, en el nivel 2 se ubicaban el 34% aumentando al 42% después de la prueba post-test. Finalmente, en el nivel 3 se tenía un porcentaje del 25% de alumnos aumentando a 31%.

Adicionalmente, durante la prueba pre-test y post-test se incluyó el cuestionamiento a los estudiantes acerca de ¿qué es una función?, misma que produjo respuestas como “es una regla de correspondia”, “es una fórmula”, “puede ser una gráfica o una fórmula”, “es $f(x)$ ”, “es cuando modifico un valor y el otro también cambia” la mayoría de éstas respuestas suelen estar más definidas respecto a la representación de la función y no a su característica esencial como una relación simultánea entre dos variables.

A partir de la comparación de la prueba pre-test y post-test, se puede concluir que el método tradicional de enseñanza, centrada en la reproducción de conceptos y algoritmos, genera ciertas variaciones de mejora en el aprendizaje de los estudiantes, pero éstas no son lo suficientemente significativas para que los estudiantes desarrollen su pensamiento covariacional, el cual permite a los estudiantes identificar las características esenciales en los fenómenos de variación y así establecer la relación existente entre dos variables que varían de manera simultánea.

A continuación, se presentan los datos obtenidos en el grupo B, conformado por 40 estudiantes de tercer semestre donde fue aplicada el método de enseñanza centrado en el análisis del movimiento y su modelación.

Tabla 4

Clasificación del grupo B usando los niveles y acciones mentales del pensamiento covariacional en la prueba pre-test

Nivel	Acción mental	N	%
Nivel 1. Coordinación	AM1. Designación de los ejes del plano y declaraciones de los tipos de variables y sus cambios.	25	62.5%
Nivel 2. Dirección	AM2. Construcción de una recta creciente o declaraciones sobre la dirección de los valores de salida con respecto a los valores de entrada.	14	35%
Nivel 3. Coordinación cuantitativa	AM3. localización de puntos en gráficas que no son siempre crecientes, así como la declaración sobre la cantidad de cambio de una variable respecto a otra.	11	27.5%

Fuente: datos obtenidos de la prueba pretest en el grupo B.

Tabla 5

Clasificación del grupo B usando los niveles y acciones mentales del pensamiento covariacional en la prueba post-test

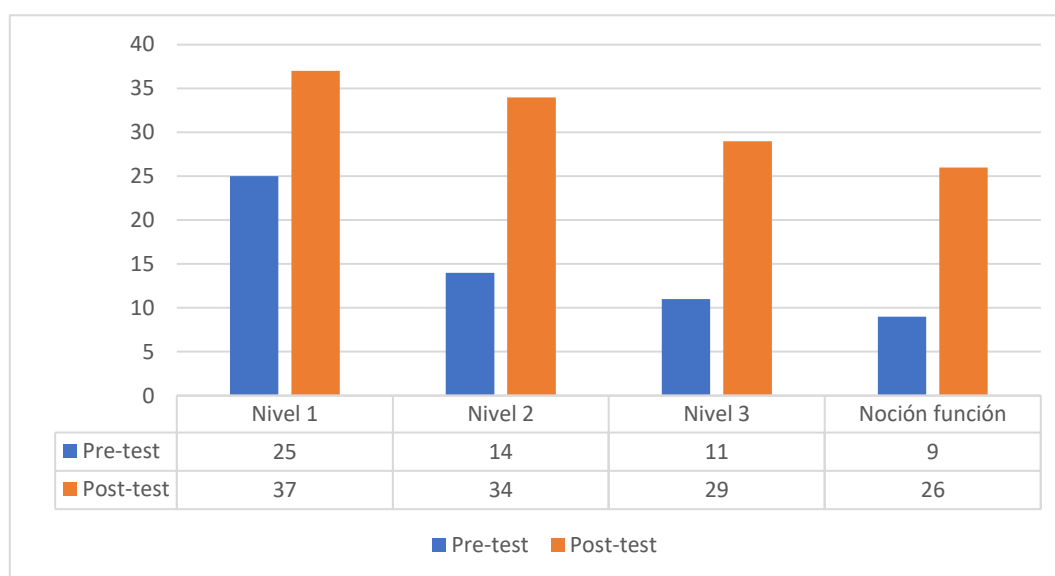
Nivel	Acción mental	N	%
Nivel 1. Coordinación	AM1. Designación de los ejes del plano y declaraciones de los tipos de variables y sus cambios.	37	92.5%

Nivel 2. Dirección	AM2. Construcción de una recta creciente o declaraciones sobre la dirección de los valores de salida con respecto a los valores de entrada.	34	85%
Nivel 3. Coordinación cuantitativa	AM3. localización de puntos en gráficas que no son siempre crecientes, así como la declaración sobre la cantidad de cambio de una variable respecto a otra.	29	72.5%

Fuente: datos obtenidos de la prueba post-test en el grupo B.

Gráfica 2

Comparación de la cantidad de alumnos por nivel de pensamiento covariacional en la prueba pre-test y post-test del grupo B (grupo en el que se usó la herramienta didáctica del carro robótico graficador en conjunto con tareas de modelación)



Las tablas anteriores, representan los resultados del análisis de las respuestas de los estudiantes y su respectiva clasificación en los diferentes niveles de pensamiento covariacional. Según los datos de las Tablas 3 y 4 y el gráfico 2, la evidencia de las acciones mentales y su respectiva clasificación en los diferentes niveles de pensamiento covariacional de los estudiantes de tercer semestre del grupo experimental (grupo B), donde se implementó el uso del carro robótico graficador en conjunto con tareas de modelación, mostró mejoras significativas en comparación con el grupo en el que se implementó una clase tradicional.

En la prueba pre-test sólo el 62.5% de los estudiantes se ubican en el nivel 1, porcentaje que aumentó al 92.5% en la prueba post-test. Por otro lado, en el nivel 2 se ubicaban el 35% aumentando al 85% después de la prueba post-test. Finalmente, en el nivel 3 se tenía un porcentaje del 27.5% de alumnos aumentando a 72.5%.

El análisis de las respuestas a la pregunta ¿qué es una función?, muestra que los alumnos que realizaron actividades referentes al proceso de variación bajo una perspectiva dinámica y experiencial, mejoraron significativamente la concepción del saber matemático. Lo anterior se argumenta con el hecho de que en la prueba pre-test sólo 6 (15%) alumnos brindaron ideas relativas a la función como aquella en la que dos cantidades cambian de manera simultánea, mientras que en la prueba post-test

la cantidad aumentó a 28 alumnos (70%), todos éstos se ubican en el nivel de razonamiento covariacional 3. Algunas de las respuestas a dicho cuestionamiento y que evidencian la concepción de función como dos cantidades que cambian simultáneamente son: "es una relación entre un conjunto de entrada y uno de salida", "es una relación entre dos valores, como el tiempo y la distancia", "es una relación en dos variables para buscar algo con dos objetos", "una correspondencia que nos da un punto (x, y)", "una relación entre dos puntos que cuando se juntan forman una gráfica", "es una relación o comparación entre dos variables que cambian si cambia una de ellas", entre otras.

Estos resultados evidencian que el uso de herramientas didácticas tecnológicas en conjunto con actividades que permitan al estudiante el análisis de fenómenos dinámicos, como lo es el movimiento, impacta de manera positiva en el aprendizaje y desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, contribuyendo a la dinamización de las clases y optimizando el PEA de la Matemática.

DISCUSIÓN

Los datos obtenidos en las Tablas 4 y 5, junto con el gráfico 2, evidencian mejoras significativas en el pensamiento covariacional de los estudiantes del grupo experimental (grupo B), donde se implementó el carro robótico graficador junto con tareas de modelación. En la prueba pre-test, el 62.5% de los alumnos se ubicaba en el nivel 1, aumentando al 92.5% en el post-test. De manera similar, en el nivel 2, el porcentaje pasó de 35% a 85%, mientras que en el nivel 3, el incremento fue del 27.5% al 72.5%.

Estos avances reflejan el efecto positivo de la robótica educativa en la construcción de conceptos matemáticos y la transición de los estudiantes hacia un razonamiento más dinámico. La mejora en la concepción de función entre los alumnos que participaron en actividades de variación bajo una perspectiva experiencial es particularmente destacable: antes de la intervención, solo 15% de los estudiantes describen la función como una relación entre dos cantidades que cambian simultáneamente, cifra que aumentó a 70% en la prueba post-test. Este cambio es consistente con lo planteado por Carlson et al (2003) sobre la importancia de coordinar el valor, dirección y cantidad de cambio de una variable en relación con otra para la comprensión profunda de las funciones matemáticas.

Las respuestas de los estudiantes, tales como "es una relación entre dos variables para buscar algo con dos objetos" o "es una comparación entre dos variables que cambian si cambia una de ellas", sugieren que la exposición a fenómenos dinámicos a través de herramientas tecnológicas facilita una conceptualización más precisa del pensamiento funcional. Estos resultados están alineados con los estudios de Zambrano y Celada (2019), que destacan la superioridad de la enseñanza con herramientas robóticas sobre métodos tradicionales.

A nivel teórico, los hallazgos refuerzan la aplicabilidad del marco conceptual de Carlson et al (2003), evidenciando que la progresión en los niveles de razonamiento covariacional es clave para la construcción del conocimiento matemático. También respaldan enfoques constructivistas como la metodología de las 5E, ya que el aprendizaje basado en exploración y experiencias prácticas potencia la comprensión de la covariación.

Desde una perspectiva práctica, la investigación sugiere que el uso de tecnología en el aula puede transformar la enseñanza de funciones matemáticas. La robótica educativa no solo favorece el aprendizaje experiencial, sino que también contribuye a la dinamización de las clases y a la optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Si bien los resultados son prometedores, algunas limitaciones deben ser consideradas. Algunas de éstas limitaciones pueden estar centradas en el nivel de preparación matemática previa, las cuales pueden haber afectado la forma en que los estudiantes asimilaban el pensamiento covariacional.

Además, si el período de aplicación del método fue corto, los cambios observados pueden ser temporales y no reflejar una evolución sostenida del pensamiento matemático. Por tanto, se sugiere un estudio de largo plazo podría ofrecer más información sobre la consolidación de conocimientos. Por otro lado, la disponibilidad de recursos tecnológicos podría afectar la replicabilidad del estudio en otros contextos educativos.

Otro aspecto relevante es la variabilidad en la familiaridad tecnológica de los estudiantes, lo que podría haber influido en los niveles de razonamiento observados. Para obtener conclusiones más amplias, sería recomendable realizar estudios con muestras más diversas.

Dado el impacto positivo de la robótica educativa en el desarrollo del pensamiento matemático, futuras investigaciones podrían explorar su aplicación en distintos niveles educativos y contextos interdisciplinarios. También sería interesante comparar la efectividad de diferentes herramientas tecnológicas en el aprendizaje de funciones y analizar el impacto de metodologías como STEAM en la enseñanza matemática.

Además, profundizar en la relación entre el aprendizaje experiencial y el desarrollo del pensamiento covariacional podría proporcionar información valiosa sobre estrategias de enseñanza más efectivas.

CONCLUSIONES

El diagnóstico inicial permitió identificar que los alumnos pertenecientes al CBTis 72 presentan serias dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, mismas que se ven reflejadas en el rendimiento académico personal y grupal, escasa motivación y vacíos de funcionalidad de los conceptos matemáticos que en su mayoría son aprendidos mediante la memorización. Es evidente que a pesar de que el plantel cuenta con una infraestructura aceptable a nivel tecnológico, el docente aún sigue aferrándose a un discurso escolar tradicional donde prevalece la reproducción y memorización de conceptos y algoritmos matemáticos. Los resultados de la aplicación de una metodología centrada en el uso de herramientas tecnológicas y el análisis de situaciones dinámicas para el aprendizaje de la noción función, evidencian la necesidad urgente de implementar metodologías activas e innovadoras adaptadas a la naturaleza del saber matemático, permitiendo acceder a un saber abstracto desde una forma más visual, atractiva, accesible y motivante para los estudiantes.

La aplicación del carro robótico en conjunto con la secuencia de aprendizaje permite el análisis de actividades con diferentes escenarios de variación, posibilita que los estudiantes se realicen cuestionamientos referentes a ¿qué cambia?, ¿cómo cambia?, ¿cuánto cambia? y ¿respecto a qué cambia?, lo cual condujo a obtener resultados significativos en el porcentaje de alumnos que se ubican en las diferentes acciones mentales y los niveles de razonamiento covariacional. Los resultados mostraron que los alumnos que participaron en la aplicación de este método de enseñanza, mejoraron significativamente sus habilidades referentes al pensamiento covariacional y con ello su significación acerca del concepto de función. Lo anterior evidencia el cumplimiento del objetivo general, debido a que el uso del carro robótico contribuyó al fortalecimiento de la comprensión de la noción de función matemática.

Asimismo, también se realizó una encuesta para conocer el punto de vista de los estudiantes acerca del uso del carro graficador como herramienta didáctica. El 96% de los estudiantes consideran que la actividad fue atractiva, interesante y motivante. Por otro lado, el 88% considera que la actividad les facilitó la comprensión de la noción de función, fomenta su pensamiento crítico y solución de problemas y cerca del 88% consideran que les gustaría seguir desarrollando sus clases con el uso de estos tipos de recursos. Se adjunta ilustración de las respuestas en la sección de anexos.

REFERENCIAS

Acendra Pertuz, J. M., & Conde Carmona, R. J. (2024). STEAM para el desarrollo del pensamiento matemático: una revisión documental. *Praxis*, 20(2), 351–370.

Baena Graciá, V. (2019). *El Aprendizaje Experiencial como metodología docente. Buenas prácticas.* Narcea SA Ediciones.

Cabero-Almenara, J., & Llorente-Cejudo, M. C. (2020). La alfabetización digital en la educación: Perspectivas y desafíos. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (58), 103-120.

<https://doi.org/10.12795/pixelbit.73397>

Cantoral Uriza, R., Farfán Márquez, R., Cordero Osorio, F., Alanís Rodríguez, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático.* Editorial Trillas.

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. y Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), 121-156.

Collí Us, S., González Cimé, A., & Pinto Sosa, E. (2020). La enseñanza de las matemáticas: una reflexión sobre su transformación necesaria en tiempos de contingencia. *Revista de la Universidad Autónoma de Yucatán*, 35(277), 16-28.

Dávila Orozco, W. C. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].* <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63450>

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1982). *Thinking Mathematically.* Pearson Education Limited.

Marcillo Cantos, M., Veloz Choez, E., Solís Sierra, M. y Haro Pacha, A. (2019). *Aprendizaje experiencia, y su aplicación en el proceso de enseñanza y aprendizaje.* Guayaquil: Compás.

Thompson W., P., y Carlson Marilyn, P. (2017). *Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. Compendium for research in mathematics education: National Council of Teachers of Mathematics.*

Rosero Calderón, O.A. (2024). La Robótica Educativa: Potenciando el Pensamiento Matemático y Habilidades Sociales en el Aprendizaje. *Emerging Trends in Education*, 7(13), 129-142.

<https://doi.org/10.19136/etie.a7n13.6040>

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2023). *PISA 2022 Results (Volume I and II) - Country Notes: Mexico.* Estudio de México, Editorial OEDC.

Naciones Unidas (20 de enero de 2025). *Objetivos de desarrollo sostenible.* <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/objetivos-de-desarrollo-sostenible/>

Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (2017). *PLANEA resultados nacionales 2017.* Editorial INEE. <https://www.inee.edu.mx/publicaciones/informe-de-resultados-planea-ems-2017-el-aprendizaje-de-los-alumnos-de-educacion-media-superior-en-mexico-lenguaje-y-comunicacion-matematicas/>

Riveros Panqueva, C.F. (2019). *Desarrollo del pensamiento matemático en el aprendizaje de la derivada [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia].*

<https://repositorio.uptc.edu.co/server/api/core/bitstreams/bca10d30-be37-4b8b-9a90-a0b7efd7a6ec/content>

Torres Chavarría, L. (2023). 5E: Una metodología centrada en quienes aprenden. Aproximación desde su aplicación en lógica y filosofía en una universidad privada de Lima, Perú. *Revista enfoques educacionales*, 20(2), 152-178. <https://dx.doi.org/10.5354/2735-7279.2023.71329>

Zambrano Cruz, K. J. & Celada Lozada, D. C. (2019). Diseño e implementación de herramientas robóticas para la enseñanza de las matemáticas en la Tecnoacademia. Reporte de un caso. *Revista PACA* 9(1),143-159.

Universidad Autónoma de México (2024). Evaluación diagnóstica de conocimientos. Resultados de los alumnos que ingresan a la Licenciatura de la UNAM. Generación 2024. Editorial UNAM.

Todo el contenido de **LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades**, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons 