

**LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias  
Sociales y Humanidades, Asunción, Paraguay.**

ISSN en línea: 2789-3855, 2025, Volumen VI

## **Resultados de aprendizaje y utilidad de Realidad Aumentada y Tecnología Aditiva en asignaturas de Cálculo Integral y Cálculo Vectorial**

Learning Outcomes and Usefulness of Augmented Reality and Additive  
Technology in Integral Calculus and Vector Calculus Courses

### **Rosalba Rodríguez Chávez**

rosalba.rodriguez@ingenieria.unam.edu  
<https://orcid.org/0009-0007-5290-9290>  
Universidad Nacional Autónoma de  
México, Facultad de Ingeniería  
Ciudad de México – México

### **Ana Laura Pérez Martínez**

analaura.pmtz@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0002-7592-6591>  
Universidad Nacional Autónoma de  
México, Facultad de Ingeniería  
Ciudad de México – México

### **Verónica González Pacheco**

veronica.gonzalezp@ingenieria.unam.edu  
<https://orcid.org/0009-0003-9574-0094>  
Universidad Nacional Autónoma de  
México, Facultad de Ingeniería  
Ciudad de México – México

### **María Leticia Rodríguez González**

leticia.rodriguez@cese.edu.mx  
<https://orcid.org/0000-0001-5667-295>  
Centro de Estudios Superiores de  
Educación (CESE)  
Ciudad de México – México

### **AGRADECIMIENTOS**

Los autores de los contenidos agradecemos el financiamiento de la UNAM-DGAPA-PAPIME. A través de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA-UNAM) a través del Programa de Apoyo a proyectos para innovar y mejorar la educación (PAPIME). Proyecto PAPIME PEI07625.

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v6i5.4670>

**Artículo recibido:** 26 de junio de 2025  
**Aceptado para publicación:** 17 de octubre de  
2025.  
**Conflictos de Interés:** Ninguno que declarar.



# NÚMERO

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v6i5.4670>

## Resultados de aprendizaje y utilidad de Realidad Aumentada y Tecnología Aditiva en asignaturas de Cálculo Integral y Cálculo Vectorial

Learning Outcomes and Usefulness of Augmented Reality and Additive Technology in Integral Calculus and Vector Calculus Courses

**Rosalba Rodríguez Chávez<sup>1</sup>**

[rosalba.rodriguez@ingenieria.unam.edu](mailto:rosalba.rodriguez@ingenieria.unam.edu)

<https://orcid.org/0009-0007-5290-9290>

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería  
Ciudad de México – México

**Verónica González Pacheco**

[veronica.gonzalezp@ingenieria.unam.edu](mailto:veronica.gonzalezp@ingenieria.unam.edu)

<https://orcid.org/0009-0003-9574-0094>

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería  
Ciudad de México – México

**María Leticia Rodríguez González**

[leticia.rodriguez@cese.edu.mx](mailto:leticia.rodriguez@cese.edu.mx)

<https://orcid.org/0000-0001-5667-295>

Centro de Estudios Superiores de Educación (CESE)  
Ciudad de México – México

**Ana Laura Pérez Martínez**

[analaura.pmtz@gmail.com](mailto:analaura.pmtz@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-7592-6591>

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería  
Ciudad de México – México

Artículo recibido: 26 de junio de 2025. Aceptado para publicación: 17 de octubre de 2025.  
Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

### Resumen

Este trabajo de investigación se enfocó en implementar GeoGebra, la Realidad Aumentada, la tecnología aditiva para que promover aprendizajes de los estudiantes de segundo y tercer semestre de ingeniería, en las asignaturas de Cálculo Integral y Cálculo Vectorial, para desarrollar comprensión espacial de conceptos a través de la visualización gráfica en tercera dimensión, permitiendo su manipulación gráfica. El aprendizaje significativo de Ausubel (1983) y el aprendizaje colaborativo y aprendizaje basado en problemas (Zambrano, et. al. 2022) fueron los referentes teóricos que permitieron el diseño y ejecución de la propuesta educativa, donde el producto de los participantes fueron proyectos resolviendo problemas, que involucraron funciones con variables, sólidos de revolución, integrales múltiples, máximos y mínimos de funciones, entre otros. Los resultados mostraron a través de una encuesta y cuestionario tipo Likert, que el trabajo colaborativo y el aprendizaje basado en problemas, les permitió la comprensión de todos los conceptos involucrados, mejorando significativamente su rendimiento académico.

---


<sup>1</sup> Autora de correspondencia.

*Palabras clave:* cálculo Integral y vectorial, realidad aumentada, tecnología aditiva, geoGebra

## Abstract

This research focused on implementing GeoGebra, Augmented Reality, and additive technology to promote learning among second and third semester engineering students in the subjects of Integral Calculus and Vector Calculus. The goal was to develop spatial understanding of concepts through three-dimensional graphical visualization, allowing for interactive manipulation. Ausubel's meaningful learning theory (1983), along with collaborative learning and problem-based learning (Zambrano et al., 2022), served as the theoretical framework that guided the design and execution of the educational proposal. The participants produced projects that solved problems involving functions with variables, solids of revolution, multiple integrals, maxima and minima of functions, among others. Results from a survey and a Likert-type questionnaire showed that collaborative work and problem-based learning enabled comprehension of all the concepts involved, significantly improving their academic performance.

*Keywords:* integral calculus and vector calculus, augmented reality, additive technology

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicado en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons. 

Cómo citar: Rodríguez Chávez, R., González Pacheco, V., Rodríguez González, M. L., & Pérez Martínez, A. L. (2025). Resultados de aprendizaje y utilidad de Realidad Aumentada y Tecnología Aditiva en asignaturas de Cálculo Integral y Cálculo Vectorial. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 6 (5), 1241 – 1259. <https://doi.org/10.56712/latam.v6i5.4670>

## INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, se busca que la educación incorpore el enfoque Science, Technology, Engineering, Arts, Humanities (STEAM+H) y aproveche las tecnologías 4.0 con la finalidad de brindar mayores oportunidades de inclusión y atención personalizada a los aprendizajes individuales. Además, promover el trabajo colaborativo para la resolución de problemas permite a los estudiantes desarrollar habilidades que les permitirán insertarse en el mercado laboral. En consecuencia, es necesario que los sistemas educativos permanezcan actualizados respecto al desarrollo acelerado de la ciencia y la tecnología.

En la Facultad de Ingeniería (FI) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), el perfil de egreso de los ingenieros e ingenieras tiene como objetivo formar profesionales con conocimientos científicos, técnicos y metodológicos que les permitan desarrollar habilidades esenciales para resolver diversos problemas actuales y futuros, en ambientes colaborativos, con compromiso ético y social. Lo que implica un dominio pleno de conocimientos en ciencias matemáticas, físicas y químicas. Sin embargo, para asignaturas de los primeros semestres en los programas de ingeniería como son el Cálculo Integral y el Cálculo Vectorial, los estudiantes presentan dificultades en su aprendizaje y por ello existen altos índices de aprobación.

Son dos asignaturas donde los estudiantes tienen mayores dificultades de aprendizaje y altos índices de reprobación.

Para atender esta problemática, en este proyecto de investigación se ha introducido en las clases de estas dos asignaturas el uso de la realidad aumentada (RA), Tecnología Aditiva (impresión 3D), con la intención de fomentar aprendizajes autónomos que les permita establecer la relación entre la teoría y la práctica, al trabajar con los objetos matemáticos que se muestran en sus cursos de cálculo. De acuerdo con Freudenthal (1980, traducción por Puig, 2001), en la práctica matemática, los objetos matemáticos son medios de organización de objetos del mundo, sus propiedades y las acciones que hacemos sobre ellos como fenómenos en los marcos discursivos donde se usan los sistemas matemáticos de signos. Así la práctica matemática nos permite entender, comprender y modelizar el mundo.

## METODOLOGÍA

Para el diseño del proyecto se organizó en tres fases: planeación, implementación y evaluación.

**Planeación:** a partir de un diagnóstico con la aplicación de una encuesta, se identificaron las necesidades y conocimientos previos de los alumnos en Cálculo integral y vectorial, uso de la tecnología aditiva y AR, así como la disponibilidad de dispositivos móviles.

**Diseño e implementación:** Se diseñó la secuencia de actividades para la elaboración de un proyecto; se incluyeron ciertos criterios de desarrollo (introducción, objetivo, desarrollo de la práctica y conclusiones y reflexiones), y para cada práctica se diseñó una hoja de trabajo que les sirvió de guía.

**Evaluación:** Se realizó una encuesta de satisfacción, así como una reflexión del rendimiento académico reflejado en las calificaciones obtenidas en el semestre de aplicación. Para complementar la evaluación se aplicó de manera voluntaria un cuestionario tipo Likert con 20 preguntas: 9 de estructura abierta y 11 de opción múltiple, sobre las experiencias de aprendizaje obtenidas en su participación; la información que se obtuvo se interpretó en categorías de análisis que se diseñaron para este fin (Hernández et al., 2014).

### Estructura metodológica de la Secuencia de actividades

Se consideraron cinco ejes: contenido curricular, la enseñanza, el aprendizaje, la comunicación, la evaluación y su análisis (Mendoza et al., 2019), como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2**

*Estructura de la propuesta de intervención*

Ejes	Contenidos
Contenido curricular	Identificación de sólidos de revolución en Cálculo Integral y Máximos y mínimos; Curvas en el espacio en Cálculo Vectorial. (Estos contenidos son los que han reportado mayor dificultad en los estudiantes)
Recursos tecnológicos	Incorporación a los procesos Realidad aumentada, Tecnología aditiva y Tecnología móvil a través del diseño de secuencia de actividades. Uso de la app de Geogebra para visualizar geoméricamente entes algebraicos.
Implementación	Implementación de actividades diseñadas con base en estrategias de aprendizaje colaborativo en 12 sesiones.
Evaluación	Diseño de hojas de trabajo; elaboración de un proyecto con la reflexión de los participantes y el análisis de las respuestas del cuestionario de satisfacción.
Análisis y reflexión de la experiencia	Análisis y reflexión por parte del equipo docente de toda la actividad.

La secuencia de actividades se diseñó con la metodología de proyectos, aprendizaje basado en problemas y se organizó en tres momentos: antes, durante y después de la intervención.

**Antes:** Las investigadoras-docentes seleccionaron los contenidos donde el estudiantado tiene mayores dificultades: la comprensión y visualización geométrica de las asignaturas de Cálculo Integral y Vectorial (Sólidos de revolución, máximos y mínimos y curvas en el espacio). Se diseñaron la introducción, el desarrollo de la práctica, la conclusión y las hojas de trabajo con la siguiente estructura: el objetivo, la introducción, el desarrollo de la práctica, la conclusión y la reflexión.

En una sesión previa a la implementación, se les explicó a los estudiantes cómo se usa la realidad aumentada y la tecnología aditiva para identificar los objetos matemáticos junto con su modelo matemático.

**Durante:** Las actividades se desarrollaron en equipos de cuatro integrantes para resolver las Hojas de Trabajo y desarrollar un proyecto en donde se sistematice la resolución de problemas contextualizados, con el uso de la RA, tecnología aditiva, GeoGebra y la tecnología móvil; este proyecto debía incluir como cierre una reflexión personal de cada integrante sobre las experiencias vivenciadas.

**Después:** Para interpretar las respuestas en el Cuestionario, se hizo un análisis frecuencial de las preguntas de opción múltiple y para las preguntas abiertas se diseñaron categorías para identificar el avance en la conceptualización de los conceptos matemáticos trabajados.

En el enfoque de la investigación se parte de un análisis frecuencial para hacer una interpretación cualitativa con base en las dos categorías.

### Población y muestra

La población: estudiantes matriculados en las asignaturas de Cálculo Integral y Cálculo Vectorial es de 2500; algunos están cursando la materia de cálculo integral. La muestra se seleccionó por conveniencia (Hernández, Sampieri et al., 2014), 57 estudiantes de ambos sexos, con un rango de edad

entre 19 y 21 años; 35 están inscritos en la asignatura de Cálculo Integral y 22 en Cálculo Vectorial; considerando como criterios de inclusión contar con un dispositivo móvil y acceso a internet. Los participantes estuvieron de acuerdo en compartir los resultados de sus trabajos realizados, se les preguntó a través de una encuesta en Google Classroom.

## **DESARROLLO**

### **Antecedentes históricos del cálculo**

El cálculo ha sido un instrumento matemático que revolucionó la investigación científica en el siglo XVII, logrando estudiar el movimiento y la medición de áreas y volúmenes. Gracias a las contribuciones de matemáticos y filósofos desde Arquímedes hasta Barrow y, en particular, contribuciones como las de Newton, con sus ideas del movimiento, y Leibniz, con su introducción de la lógica y el cálculo infinitesimal, se ha logrado conceptualizar al cálculo como una forma de representación de conceptos matemáticos asociados a la realidad.

En el siglo XIX, el cálculo integral continuó evolucionando con conceptos de función compleja, transformada de Laplace, técnicas de integración numérica e integración por sustitución. Tiene importantes contribuciones en la ingeniería como mecánica cuántica, termodinámica, entre otras (Ruiz, 1990). Actualmente (Ruiz, 1990). Actualmente, el estudio del cálculo dentro de los programas de estudio incluye el análisis multivariable de dos y tres dimensiones que tiene diversas aplicaciones en la ingeniería como Mecánica de Fluidos, Aerodinámica, mecánica de sólidos, entre otras. (Costa et al., 2013, p. 25).

### **El cálculo integral y vectorial en las instituciones educativas**

En la actualidad, el cálculo como contenido curricular tiene como finalidad que el estudiantado desarrolle la capacidad de visualizar y transformar lo observado en ecuaciones con significado propio: "...la visualización potencia la comprensión de los conceptos matemáticos ..." (Duarte et al., 2006, pág. 122).

Investigaciones en Matemática Educativa han reportado que el cálculo integral y vectorial son objetos de estudio, en la enseñanza y el aprendizaje, encontrando que se abusa de procedimientos algebraicos lo que representa una desarticulación y descontextualización en los cursos de una carrera de ingeniería y ha llevado a los estudiantes a considerar que el estudio de las matemáticas es un proceso frío y metódico (García, 2013). De ahí que el aprendizaje y la enseñanza del cálculo buscan comprender y trascender las dificultades para conceptualizar y operativizar los conocimientos en la resolución de problemas contextualizados, incorporando el uso de recursos tecnológicos para revolucionar la representación y visualización de objetos matemáticos en el espacio tridimensional. Los primeros programas de gráficos computacionales que surgieron entre 1960 y 1970 posibilitaron visualizar conceptos complejos de funciones de varias variables y campos vectoriales con mayor facilidad (Bravo et al., 2012). El desarrollo de software y programas de simulación matemática como Matlab, Mathematica, Geogebra, Python... consolidó la visualización de los objetos matemáticos y propició que los estudiantes comprendieran conceptos referentes al movimiento y al cálculo de áreas y volúmenes de los objetos.

En este proyecto de intervención, se han incorporado la realidad aumentada con GeoGebra y la tecnología aditiva, como herramientas para promover el aprendizaje matemático, con la finalidad de que el estudiantado de ingeniería logre desarrollar competencias matemáticas, digitales y de pensamiento crítico (Guerrido – Tumbaco et al., 2025), y para facilitar la manipulación y comprensión de los conceptos en 3D. En el aprendizaje de cálculo diferencial, integral y vectorial, la visualización tridimensional permite superar las limitaciones del lápiz y papel, especialmente en sólidos de

revolución, cálculo de volúmenes y funciones de varias variables (Del Río, 2017). Partiendo de que la visualización matemática mejora la comprensión profunda de conceptos y permite la exploración de representaciones matemáticas y la resolución de problemas, también favorece el desarrollo de habilidades analíticas del estudiantado. En consecuencia, los alumnos pueden reflexionar críticamente sobre la relación del Álgebra Lineal y del Cálculo en los conceptos de gradiente y derivadas parciales con matrices jacobianas, y en la resolución de funciones de varias variables y su optimización. También, los alumnos pueden vincular asignaturas como el Cálculo Integral con Ecuaciones Diferenciales para modelar fenómenos físicos a través de superficies que representan soluciones de ecuaciones diferenciales con superficies de curvas de nivel y campos de dirección.

El uso de modelos físicos ayuda al estudiantado a mejorar la comprensión del significado detrás de realizar operaciones algebraicas, proporcionando experiencias de aprendizaje atractivas para los participantes (Guerrido-Tumbaco et al., 2025). GeoGebra puede ser utilizada en dispositivos móviles y en combinación con la opción de Realidad aumentada, lo que permite que el estudiantado observe e interactúe en el entorno en tiempo real y una representación virtual de un elemento matemático, ya que es amigable al uso y facilitador en el aprendizaje colaborativo (Sánchez-Balarezo, 2022, pág. 38). Por otro lado, Candia (2022) menciona que con el uso de material impreso en 3D hay un mayor razonamiento en la resolución de problemas matemáticos.

Una de las limitaciones que tiene la incorporación de estos recursos es la capacitación, que requiere una reconceptualización teórica de formación docente, para aprovecharlos al máximo y promover el desarrollo de aprendizaje y la identificación de objetos matemáticos de funciones vectoriales y sólidos de revolución.

### **Diseño de una propuesta intervención**

Dentro de la experiencia docente de las asignaturas de Cálculo Integral y Cálculo Vectorial en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, se consideró la necesidad urgente de incorporar las tecnologías digitales para facilitar la visualización en el espacio de tres dimensiones así como la tangibilidad de objetos matemáticos apoyados con herramientas digitales indispensables para la comprensión de superficies de revolución, superficies cuadráticas, campos escalares, campos vectoriales, integrales múltiples, entre otras.

El objetivo de esta propuesta es promover procesos de aprendizaje a través del uso de Realidad Aumentada, tecnología aditiva (impresión 3d) y Geogebra en Cálculo Integral y Cálculo Vectorial para facilitar la visualización en el espacio de tres dimensiones y la tangibilidad de objetos matemáticos, mejorando así la comprensión espacial y el aprendizaje significativo de los conceptos involucrados.

Va más allá de la mecanización de fórmulas; se requieren procesos cognitivos complejos para realizar comparaciones y análisis que conecten los conceptos matemáticos con aplicaciones de ingeniería en escenarios contextualizados (Corrales, 2013; Corrales, 2021). La etapa de abstracción es fundamental para la representación de elementos geométricos y plantear métodos en la resolución de problemas, favoreciendo el análisis de resultados con mayores bases conceptuales (Pérez et al., 2022). Las estrategias que la abstracción matemática permite a los estudiantes de ingeniería les facilitan la construcción de modelos matemáticos y el análisis de modelos básicos (Costa, 2024).

En este sentido, es fundamental que en la planeación de los procesos de enseñanza y aprendizaje se diseñen como secuencias de acciones y actividades, y la incorporación de tecnologías digitales facilitan el desarrollo del pensamiento crítico y creativo (Ortiz, 2015) en la resolución de problemas contextualizados.

La incorporación de la RA, el uso de imágenes reales e imágenes virtuales facilitan el desarrollo de los procesos cognitivos como la atención, percepción, memoria para consolidar el pensamiento crítico, creativo y reflexivo; permitiendo la comprensión de los conceptos matemáticos que se ponen en juego en la resolución de problemas o diseño de proyectos (León, 2014).

### **Aprendizaje significativo y aprendizaje colaborativo**

En la aplicación del cálculo integral y vectorial en situaciones reales, los estudiantes de ingeniería necesitan poner en práctica la conceptualización y la representación gráfica, donde integran los conocimientos previos a los nuevos conocimientos que están adquiriendo, lo que permite conformar nuevas estructuras cognitivas para conceptualizar y aplicar los nuevos conocimientos; esto forma parte de los procesos de desarrollo de aprendizajes significativos de acuerdo con Ausubel et. al., (1983). De ahí, la relevancia de la intervención docente para diseñar e implementar secuencias didácticas que promuevan el análisis y la reflexión para identificar y establecer la relación entre los conceptos matemáticos involucrados. Este aprendizaje significativo en combinación con el aprendizaje colaborativo, constituye una estrategia para que los estudiantes en interacción con sus compañeros en espacios de comunicación a través de los diálogos reflexivos y analíticos puedan debatir, reflexionar y construir los conocimientos (saberes) y habilidades (saber hacer) construyendo redes de colaboración y acuerdos en común de los participantes (Vargas et al., 2020).

La propuesta del aprendizaje basado en proyectos (ABP) viene a ser una propuesta metodológica en donde los estudiantes se involucran en procesos de investigación de forma autónoma y se fortalecen sus habilidades y competencias como trabajo en equipo y colaboración. Así, los alumnos tienen una distribución de tareas y asumen el compromiso para lograr objetivos en común (Zambrano et al., 2022).

### **Herramientas didácticas para materiales virtuales y tangibles**

Ramírez-Montoya et al. (2022) señalan que la educación 4.0 es un medio para la transformación digital y responde a las necesidades globales de los seres humanos en este contexto de complejidad. En la actualidad existen diversas propuestas metodológicas de enseñanza y aprendizaje, que han introducido la realidad aumentada y la tecnología móvil como herramientas didácticas (Zaragoza et al., 2020). La realidad aumentada es una tecnología que permite que la imagen virtual se superponga a un entorno real; donde los modelos se pueden apreciar estructurados en tres dimensiones incluidos los objetos matemáticos; pues "...la realidad aumentada amplía las imágenes de la realidad, a partir de su captura por la cámara de un equipo informático o dispositivo móvil avanzado que añade elementos virtuales para la creación de una realidad mixta a la que se le han sumado datos informáticos..." (Fombona et al., 2012, citado por Prendes, 2015).

La ventaja de Geogebra como recurso didáctico es que permite construir objetos matemáticos y visualizarlos en dispositivos móviles y en ambientes de aprendizaje colaborativo (Sánchez-Balarezo, 2022). Sumando la incorporación de la tecnología aditiva o impresión 3D, se pueden obtener modelos tangibles a partir de diseños digitales. Pero una de las limitantes de este tipo de manufactura son las dimensiones del modelo y la manera en que se construye, ya que cada diseño se debe apegar a las restricciones físicas de la impresora a utilizar. En la tabla 1, se concentran las ventajas de implementar la AR y la tecnología aditiva, usando tecnología móvil.

### **Tabla 1**

*Ventajas del uso de la realidad aumentada, tecnología aditiva y tecnología móvil*

<b>Realidad aumentada</b>	<b>Tecnología aditiva (Impresión 3d)</b>	<b>Tecnología móvil</b>
Interacción a través de un dispositivo electrónico en el entorno real	Facilita la creación de prototipos y productos personalizados	Acceso a la información en cualquier espacio-tiempo
Facilita la visualización gráfica de los modelos matemáticos	Facilita la visualización de diseños en 3D antes de su fabricación	Facilita la visualización de modelos geométricos

En resumen, un ambiente favorecedor permite al estudiante interactuar con los contenidos, estimular la creatividad e innovación, y desarrollar el pensamiento crítico y creativo.

**RESULTADOS**

Se presenta la frecuencia de las respuestas en la encuesta y el cuestionario y en un segundo momento una interpretación cualitativa con el apoyo de las categorías de análisis, para entender la percepción de la valoración de los estudiantes de la eficacia de las actividades de aprendizaje que experimentaron con la implementación de la Realidad Aumentada y la tecnología aditiva. Las categorías de análisis que se diseñaron fueron dos:

- Identificación y Conceptualización de los Contenidos Matemáticos y Objetos Geométricos de Cálculo Integral y Cálculo vectorial con el uso de Realidad Aumentada y Tecnología Aditiva (ICCM-OG-RA y TA)
- Desarrollo de Aprendizajes Significativos y Colaborativos con el uso de Tecnología Aditiva y Realidad Aumentada (DASC-TA y RA)

Con la finalidad de organizar la presentación de los resultados del impacto de las actividades de los participantes, se iniciará apoyándonos en la primera categoría (ICCM-OG-TA y RA) :

Se presentan los resultados de la encuesta de satisfacción:

Respuestas numéricas que se midieron en escala Likert; se agruparon en tres rangos de frecuencia de 6-7 (Bajo), 8 (Bueno) y 9-10 (Lo esperado).

Respuestas a preguntas cerradas de percepción en escala Likert se propuso una escala de valoración: nada, poco, regular, considerable y mucho.

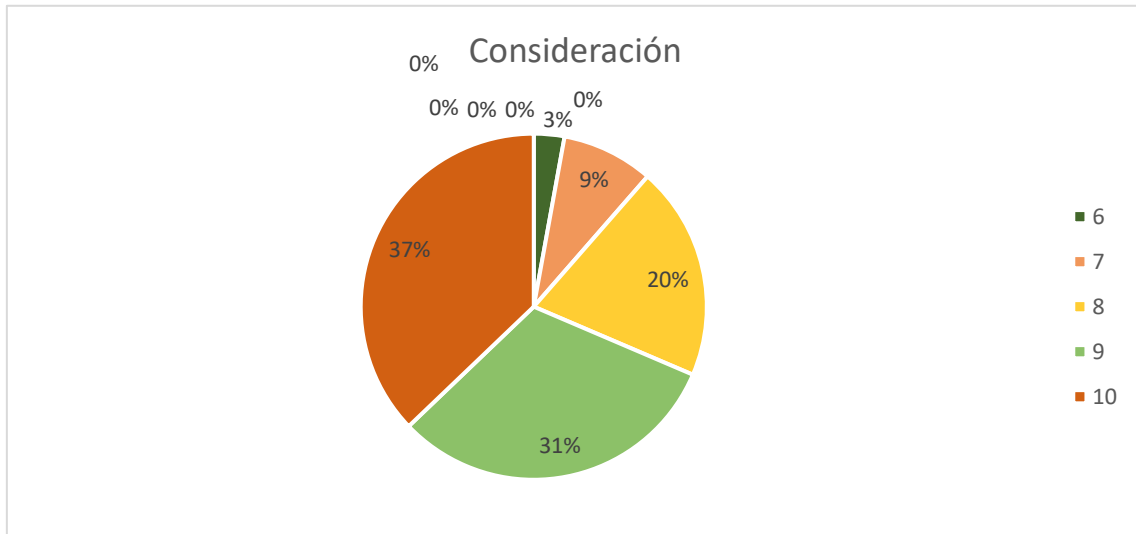
Respuestas a preguntas abiertas que permitieron al estudiantado expresar su opinión.

En las gráficas que se muestran a continuación, se observa en el lado izquierdo el panel A, los resultados que corresponden al grupo de Cálculo Integral y en el lado derecho el panel B, que corresponde al grupo de Cálculo Vectorial.

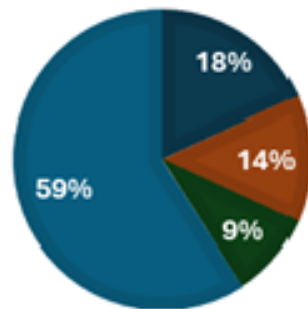
En el gráfico 1 se observan las respuestas recopiladas con relación a la comprensión de los temas; se muestra que el 68% de los alumnos eligieron los niveles más altos, el 17% bueno y el 15% bajo.

**Gráfico 1**

*¿Cuánto considera usted que la actividad le ayudó a comprender el tema visto?*



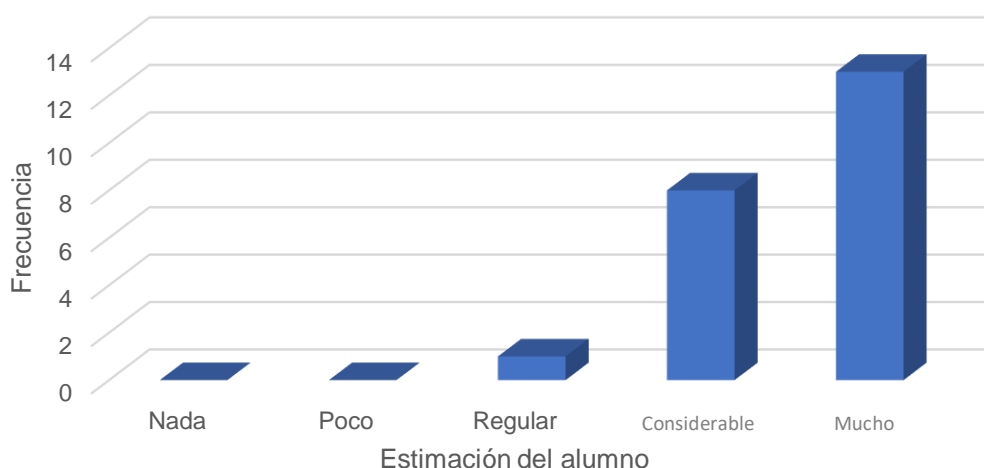
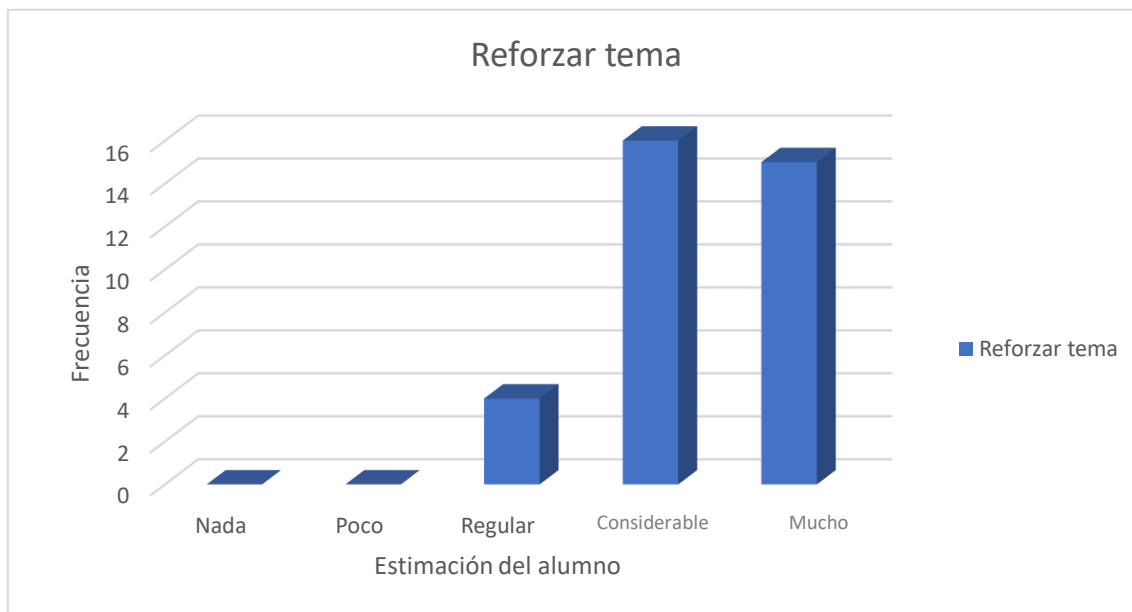
■ 6 ■ 7 ■ 8 ■ 9 ■ 10



En el gráfico 2, se centró en el reforzamiento de los conceptos a través del uso de la AR y la tecnología aditiva.

**Gráfico 2**

*¿La práctica me ayudó a reforzar los conocimientos y habilidades del cálculo?*



De acuerdo con las respuestas de los estudiantes, consideran que estas actividades les ayudan a reforzar sus aprendizajes y conocimientos sobre el cálculo; los ocho estudiantes de ambas asignaturas indicaron que es más fácil visualizar y comprender las gráficas de cualquier tema cuando usan estas herramientas tecnológicas.

En las preguntas abiertas, se les preguntó de qué manera pusieron en práctica los conceptos de máximos y mínimos y sólidos de revolución. El 90% del estudiantado consideró que las actividades les ayudaron a comprender el tema, dado que fueron novedosas e interesantes, algunas respuestas fueron: “Me parecieron muy buenas para poder visualizar todas las fórmulas que repasamos en clase que ayuda mucho debido a que la materia es muy abstracta y hasta cierto punto me entretuve jugando con la herramienta” y “La actividad además de entretenida me proporcionó un aprendizaje más claro”.

En cuanto a la comprensión y visualización geométrica en el espacio de tres dimensiones: se les preguntó ¿Qué tanto te ayuda realizar proyectos con el uso de los conceptos de Cálculo y AR o

impresión 3D? de acuerdo con el patrón de respuestas el 88% consideró que estas herramientas tecnológicas les permitieron crear y representar los conceptos en problemas geométricos de una manera interactiva y visual a través del uso de GeoGebra y la realidad aumentada lo cual se considera fundamental, como se menciona en las respuestas “Me ayudó mucho, principalmente aquellos que requieren mayor visualización”. Además, se mencionó que modificar los parámetros de la simulación en Geogebra incrementa el aprendizaje autónomo, pues no solo observan la figura, el estudiantado también se involucra en el proceso.

En cuanto a la motivación hacia la comprensión y visualización geométrica de los modelos matemáticos, se realizó la pregunta abierta ¿Ha incrementado mi motivación para estudiar y reforzar otros temas de matemáticas con el uso de este tipo de recursos didácticos?, se estimó que el 98% del patrón de respuestas de percepción, los estudiantes respondieron que el uso de las herramientas les motiva para estudiar y reforzar los temas ya que les proporciona herramientas para trabajos futuros, se destacan comentarios como: “el uso de realidad aumentada me permite jugar”, “fue una práctica muy interesante ya que vi muchas utilidades respecto a la aplicación utilizando lo aprendido en clase”.

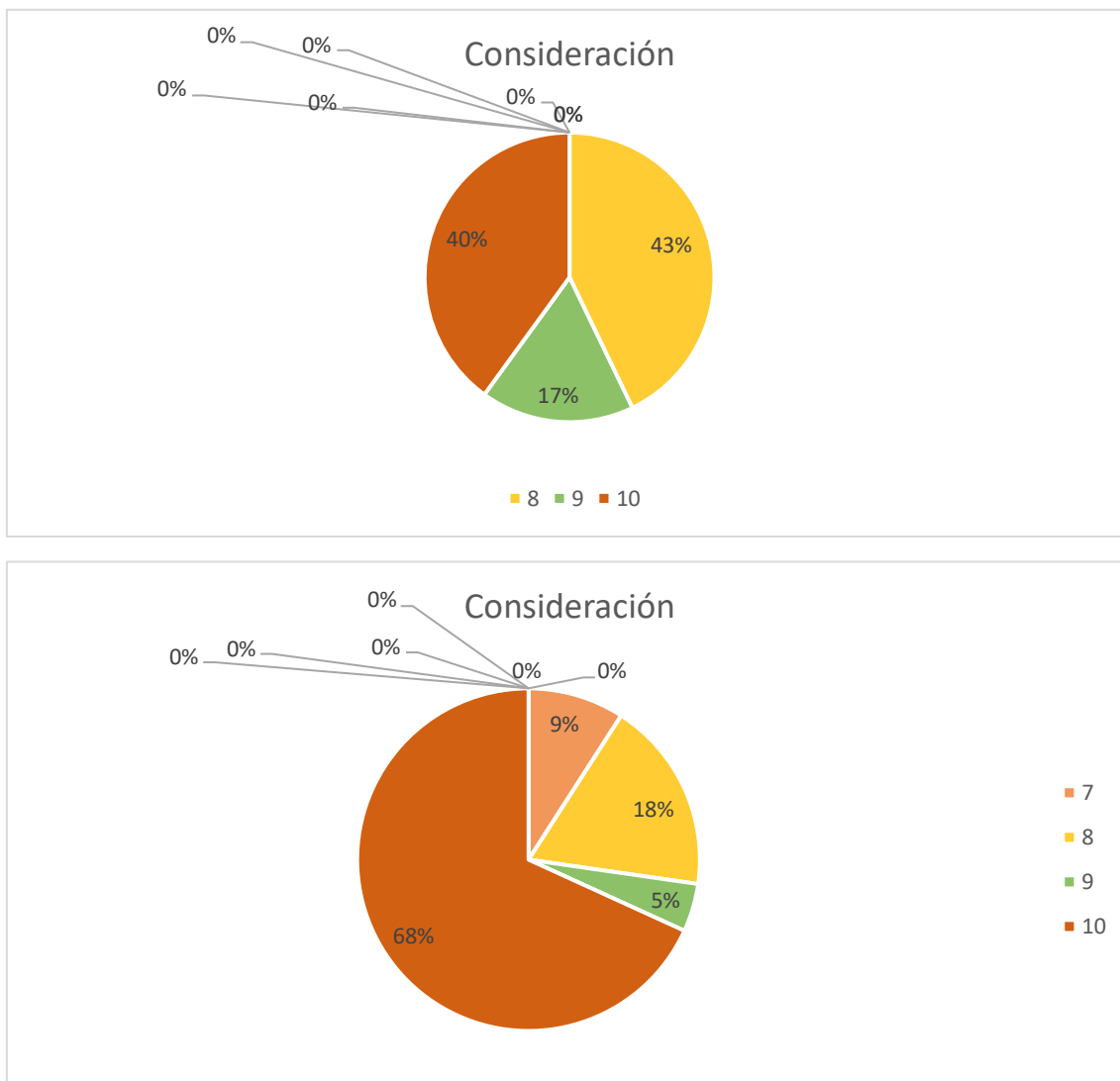
Por otro lado, el trabajo en equipo permitió a los estudiantes una comprensión más profunda de los contenidos, además de apoyarse para aprender nuevas tecnologías. La rapidez con la que se pueden generar gráficos y modelos en 3D con GeoGebra es una ventaja significativa, especialmente en un entorno de aprendizaje donde el tiempo es limitado y la visualización de los objetos matemáticos se ve favorecida al explorarlos. Se hizo la pregunta abierta: ¿Cuáles eran sus comentarios relacionados con la teoría con la práctica al visualizar o imprimir en 3D sus objetos matemáticos? El patrón de respuestas donde los estudiantes relacionaron la teoría con la práctica fue de 63.2% , expresaron que “Fue muy interesante modelar en 3d”, “Me interesó bastante ya que, con ayuda de estas representaciones gráficas en un celular, además de tocar los modelos”. “Ya me interesaba la impresión 3D, y aplicarla para visualizar modelos fue bastante interesante”.

### **Categoría 2: Desarrollo de aprendizajes significativos y colaborativos con el uso de realidad aumentada y tecnología aditiva para (ASC)**

Para continuar con el análisis, pasamos ahora a la segunda categoría DASC-TA y RA, se partió de los siguientes planteamientos: reforzamiento de los conceptos, la motivación, la resolución de problemas y la transferencia de aprendizaje, producción de objetos geométricos con el uso de GeoGebra, AR y tecnología aditiva.

**Gráfico 3**

¿Qué probabilidades hay de que recomiende el uso de la RA o impresión 3D a un amigo o compañero?

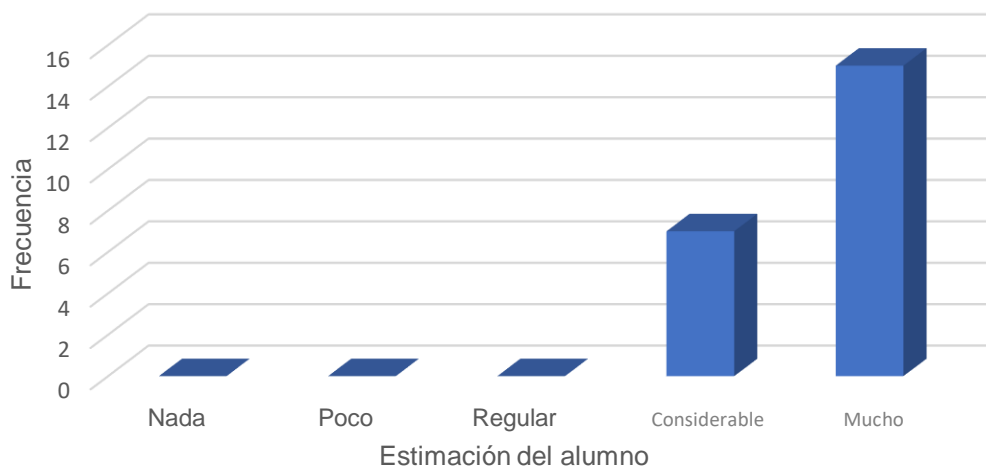
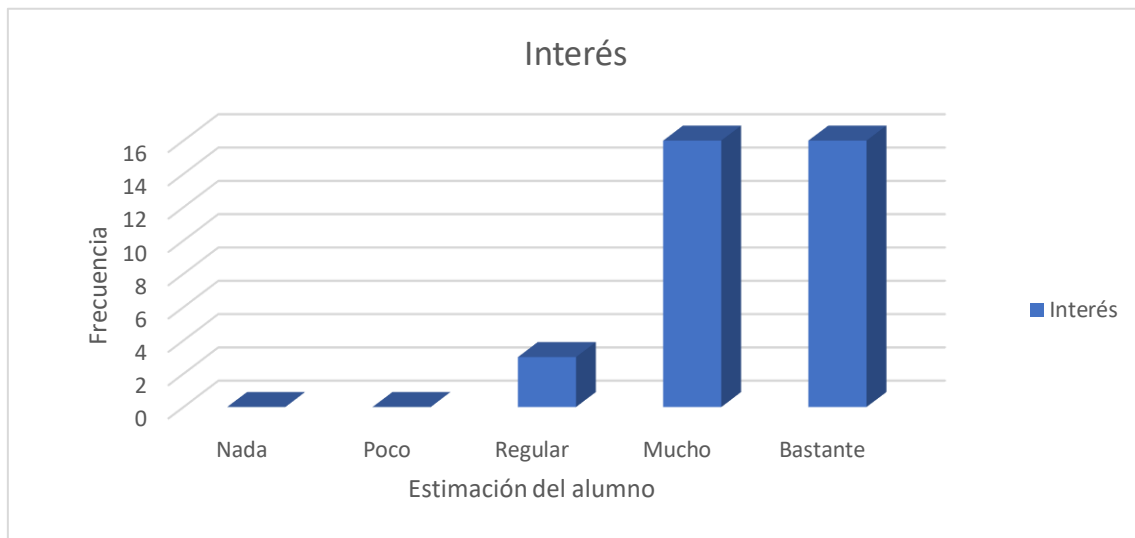


En el gráfico 3, el 65% del total de los estudiantes de ambas asignaturas recomiendan las herramientas de RA y tecnología aditiva, el 30.5% las consideró buenas herramientas tecnológicas y el 4.5% las consideró como poco adecuadas debido a que no siempre se cuenta con un dispositivo compatible con RA.

En el gráfico, se muestran las respuestas de los estudiantes sobre la motivación del uso de las herramientas RA y tecnología aditiva; los estudiantes se concentraron en: mucho y considerable, al referirse a que su uso fue interesante, asombroso, creativo, poco estresante, significativo y atractivo. Solo a algunos (5%) les pareció regular, porque su dispositivo móvil no era compatible con la RA.

**Gráfico 4**

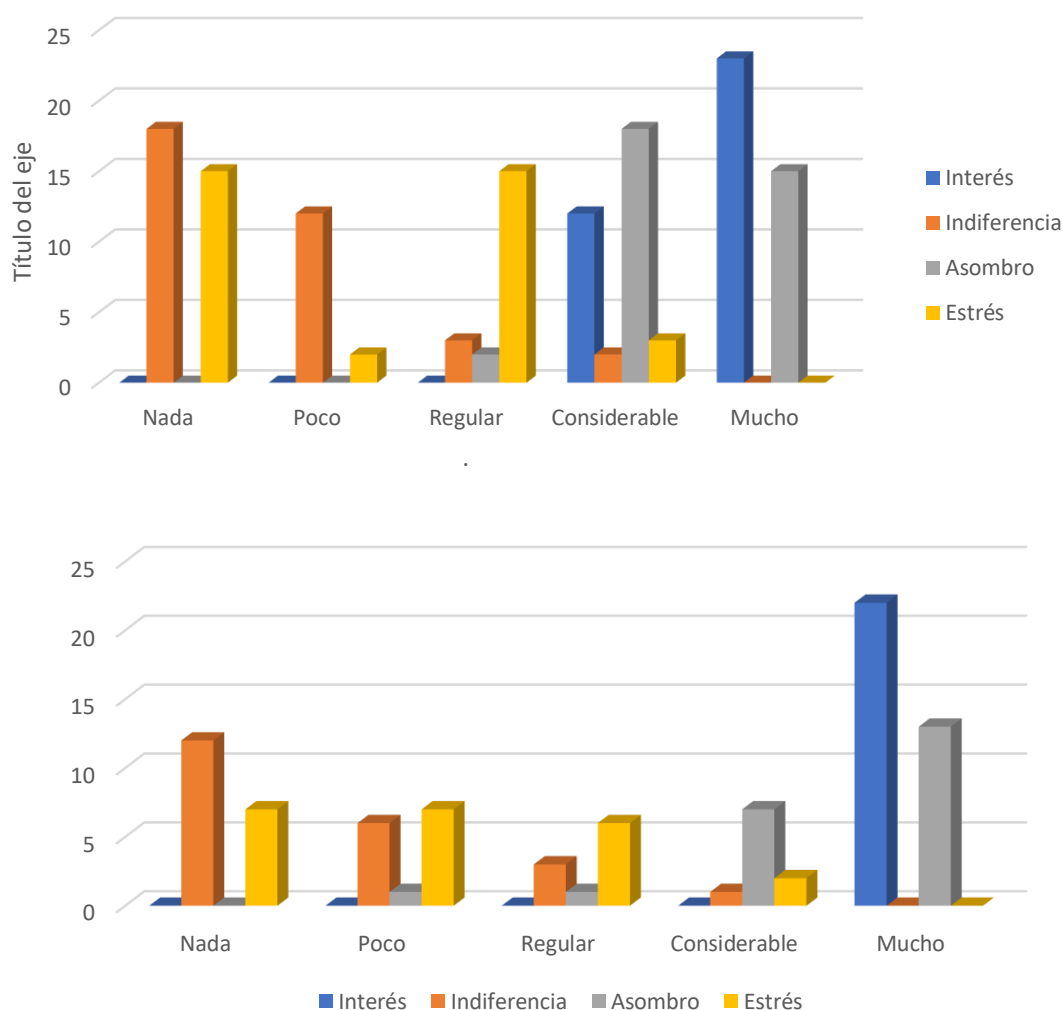
*El indicador: Ha incrementado mi motivación para estudiar y reforzar otros temas de matemáticas con el uso de este tipo de recursos didácticos*



A continuación, se revisaron las sensaciones que les causó a los estudiantes el desarrollar objetos matemáticos y la visualización con AR o la impresión en 3D.

### Gráfico 5

*Al ver generado el objeto matemático en AR o impresión 3D, ¿qué sensaciones le causó?*



Como se observa en el gráfico 5, las respuestas de los estudiantes manifestaron que las actividades les provocaron asombro e interés, facilitando la comprensión de las matemáticas, con el apoyo de la presentación visual y física de los modelos matemáticos. En sus respuestas manifiestan que el aprendizaje es más dinámico y se impulsa el gusto y la creatividad, lo que permite considerarlo como nuevas posibilidades para el aprendizaje usando las nuevas tecnologías, para hacerlas más accesibles y atractivas.

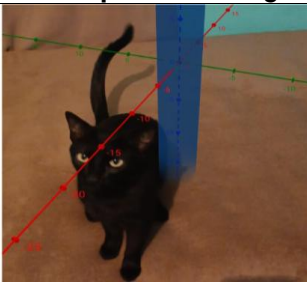

### Hojas de trabajo

Se solicitó a los estudiantes que realizarán una hoja de trabajo para que pudieran plasmar las evidencias de las actividades realizadas en equipos de tres personas.

A continuación, en las Tablas 3 y 4 se muestran algunos resultados de los trabajos realizados en las hojas de trabajo, así como la reflexión y los comentarios.

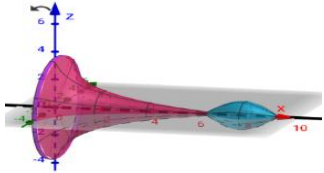
**Tabla 3**

*Trabajos realizados por los estudiantes en la asignatura de Cálculo Vectorial*

Cálculo Vectorial			
	Ejercicio	Cilindro	Representación gráfica 3D
1	Concepto	<b>Máximos y mínimos</b>	
	Reflexión o comentario	Visualización de objetos en el espacio de tres dimensiones Mejora los conceptos del cálculo de varias variables. Lo lúdico del aprendizaje.	
	Reflexión o comentario	La creación de modelos físicos a través del modelado digital da posibilidad a la innovación.	
2	Ejercicio	Curvas polares en Geogebra utilizando Tecnología aditiva	Impresión 3D
	Concepto	Curvas polares	
	Reflexión o comentario	Transformación de modelos matemáticos a modelos físicos con impresión 3D.	

**Tabla 4**

*Trabajos realizados por los estudiantes en la asignatura de Cálculo Integral*

Cálculo Integral			
	Ejercicio	Construcción de una pieza de ajedrez: Alfil	Representación gráfica 3D
1	Concepto	Sólidos de revolución	
	Reflexión o comentario	Facilita la comprensión visual de los sólidos de revolución.	

En las hojas de trabajo, contenía un apartado de reflexión y comentarios, por lo que se estimó el patrón de respuestas que entregaron los estudiantes, el 99% de estudiantes mencionó que les ayudó a la comprensión y visualización en el espacio de tres dimensiones de los objetos matemáticos estudiados.

La mayoría de los trabajos en Cálculo Integral que fueron recibidos abordaron la comprensión y visualización de los sólidos de revolución realizados en Geogebra y visualizados con AR.

En Cálculo Vectorial se comprendieron y visualizaron los conceptos de máximos y mínimos, curvas polares, integral de línea con el uso de Geogebra y AR. Además, se hicieron trabajos en impresión 3d donde se utilizaron los conceptos de máximos y mínimos e integrales múltiples.

Por lo anterior, en las evidencias de las hojas de trabajo que entregó el estudiantado se deduce que:

Hubo integración de evidencias como producto de proyectos creativos: Con la ayuda de GeoGebra, el estudiantado pudo explorar las características de figuras geométricas en un entorno interactivo; a través del diálogo revisaron, analizaron y documentaron los momentos de manipulación de los objetos matemáticos en sus dispositivos.

Utilidad de la tecnología: les facilitó la comprensión y visualización de conceptos complejos; la integración de GeoGebra con realidad aumentada y tecnología aditiva al trabajar con ejemplos prácticos, en un ambiente de respeto, donde se fomenta la participación en clase y fuera de ella, la resolución de ejercicios y la consolidación de los proyectos. La ventaja del uso de la impresión en 3D con tecnología aditiva brindó la oportunidad de documentar y obtener un producto tangible del proceso en cada una de sus fases, revitalizando el proceso de aprendizaje, motivándolos a explorar y adoptar nuevas herramientas digitales. Sin embargo, una de las desventajas a las que nos enfrentamos es que no todos los estudiantes cuentan con la compatibilidad del software en sus dispositivos móviles o bien el costo de impresión en 3d todavía es considerablemente alto en México.

Trabajo colaborativo: la dinámica de las actividades en equipo fomenta el trabajo colaborativo en escenarios de comunicación a través del diálogo para tomar acuerdos para la realización de las actividades, lo que coincidió con lo que afirma Barba et al. (2015) que el uso de AR favorece escenarios colaborativos, interactivos y formativos con motivación.

Rendimiento escolar: Se tuvo un impacto de mejora en el rendimiento escolar de ambas asignaturas con respecto a los semestres anteriores; el 85% de los estudiantes mejoraron sus calificaciones, concentradas en un rango de 8 a 10, solo el 15% obtuvo 7 o menos; pero ninguno fue reprobatorio.

## **DISCUSIÓN**

Los procesos de formación científica e integral del estudiante de Ingeniería se enriquecen con la introducción de herramientas digitales como Geogebra, RA y tecnología aditiva, que les permiten comprender de manera significativa los contenidos matemáticos de las asignaturas de Cálculo Integral y Vectorial, al poder modelar funciones y objetos matemáticos en el espacio de tres dimensiones. De acuerdo con los resultados de la intervención educativa con el uso de AR y tecnología aditiva, los procesos de enseñanza y aprendizaje se enriquecieron, los estudiantes se mostraron interesados y motivados para trabajar en cada actividad, desarrollaron redes de colaboración para compartir sus conocimientos y habilidades para la concreción de sus proyectos. La AR permitió realizar los modelos matemáticos con el uso de su dispositivo móvil, de forma atractiva y accesible, en espacios de comunicación para dialogar y tomar decisiones para el desarrollo de cada una de las actividades que se les propusieron.

La tecnología aditiva o impresión 3D permitió que los estudiantes realizarán proyectos demostrativos que pudieran manipular y compartir con sus compañeros de clase, incrementando su motivación para trabajar contenidos de máximos y mínimos en Cálculo Vectorial, y en la asignatura de Cálculo Integral, sólidos de revolución.

El uso de software educativos como Geogebra en dispositivos móviles promovió que los estudiantes se vieran beneficiados en la visualización en el espacio de tres dimensiones y la comprensión de conceptos, incrementando la motivación en el aprendizaje de contenidos matemáticos y la manipulación de figuras geométricas, con la personalización de éstas; propiciando el trabajo individual y colaborativo sea aceptado con interés.

La interacción que se desarrolló en ambientes colaborativos permitió la participación y cooperación en el aprendizaje, la reflexión de sus experiencias y el fomento del pensamiento crítico, donde los conceptos con el aprendizaje basado en proyectos favorecieron el aprendizaje significativo permitiendo al estudiantado compartir y colaborar con sus pares y en un entorno real. Como mencionan Zambrano et al. (2022), al trabajar con metodologías activas, los estudiantes se involucran en el trabajo en equipo fortaleciendo su pensamiento crítico.

El uso de AR o cálculo. Tecnología aditiva posibilitó la vinculación de la teoría matemática con la práctica en la resolución de problemas de cálculo. La tecnología aditiva posibilitó la vinculación de la teoría matemática con la práctica en la resolución de problemas de cálculo de forma vivencial. Como menciona Candia (2022), con el uso de material impreso en 3D, hay mayor razonamiento para la resolución de problemas matemáticos.

Por lo anterior, se evidenció la importancia del trabajo colaborativo y de aprendizaje significativo en la visualización en el espacio de tres dimensiones e impresión en 3D de modelos geométricos, lo que mejoró la comprensión espacial y el aprendizaje significativo de los conceptos de máximos y mínimos y sólidos de revolución.

Finalmente, esta experiencia se pretende replicar en el plantel con temáticas de Integral múltiple y para la asignatura de Cálculo y Geometría Analítica en el tema de Máximos y mínimos y Álgebra Lineal en el tema de transformaciones lineales; pero ahora con la participación de más docentes de matemáticas, a través de un curso de capacitación.

### **CONCLUSIÓN**

Los resultados de aprendizaje aumentaron con el uso de tecnologías emergentes como realidad aumentada y tecnología aditiva.

La comprensión espacial y la visualización gráfica de los conceptos de Cálculo Integral y Cálculo Vectorial se vieron favorecidos al modelar los objetos matemáticos, visualizarlos gráficamente y al imprimirlos en 3D y manipularlos físicamente.

El uso de metodologías activa la colaboración entre los estudiantes. El aprendizaje basado en problemas apoya a la resolución de problemas y el trabajo colaborativo.

El software Geogebra actualmente tiene incorporada la tecnología de Realidad Aumentada, lo que permite que los estudiantes puedan trabajar en su entorno, y visualizar los objetos matemáticos, conviviendo con ellos a través de sus dispositivos móviles.

Actualmente la mediación del aprendizaje con el uso de las tecnologías emergentes y las estrategias de aprendizaje favorece el aprendizaje significativo en los estudiantes.

## REFERENCIAS

Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Barba, R. G., Yasaca, S., & Manosalvas, C. A. (2015). Impacto de la realidad aumentada móvil en el proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes universitarios del área de medicina. *Investigar con y para la Sociedad*, 3, 1421-1429.

Bravo, A. S., & Cantoral Uriza, R. (2012). Los libros de texto de cálculo y el fenómeno de la transposición didáctica. *Educación Matemática*, 24(2), 91-122.

Candia, F. (2022). Integración de la impresión 3D en la educación tecnológica. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(24), e030. <https://doi.org/10.23913/ride.v12i24.1170>

Corrales, D. (2013). Reflexiones sobre los estilos de aprendizaje y el cálculo en Ingeniería. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 14(1), 23-24.

Corrales, D. (2021). El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo. Document. Obtenido de <https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/2262421.pdf>

Costa, V. Arlego, M. (2013). El rol de la historia de las ciencias en la enseñanza del Cálculo Vectorial en carreras de Ingeniería . *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 9(36). Recuperado a partir de <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/756> Costa, V. Á. (2024). Enseñanza del Cálculo Vectorial en carreras de Ingeniería. *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20(70). Obtenido de <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1598>

Del Río, S. (2017). Enseñar y aprender cálculo con ayuda de la vista gráfica 3D de GeoGebra. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 17(1), 1-13.

Duarte, E., Vicente, P., Trefftz, H. G., & Restrepo, J. (2006). Estrategias de visualización en el cálculo de varias variables. *Revista Educación y Pedagogía*, 18(45), 119-131.

García, J. (2013). La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería. *Revista Educación*, 37(1), 29-42. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44028564002>

GeoGebra. (2024). GeoGebra. <https://www.geogebra.org/>

Guerrido-Tumbaco, M. Á., Baque-Parrales, E. M., Vera-Pisco, D., & Quishpi-Vera, H. A. (2025). La visualización matemática y su impacto en la comprensión conceptual: revisión narrativa. *Revista Científica INGENIAR: Ingeniería, Tecnología e Investigación*, 8(15), 613-640. <https://journalingeniar.org/index.php/ingeniar/article/view/313>

Hernández, R. Fernández, C. Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill. <http://repositorio.ucsh.cl/bitstream/handle/ucsh/2792/metodologia-de-la-investigacion.pdf?sequence=1>

León, F. (2014). Sobre el pensamiento reflexivo, también llamado pensamiento crítico. *Propósitos y Representaciones*, 2(1), 161–214. <https://doi.org/10.20511/pyr2014.v2n1.56>

Mendoza, M. A., Rodríguez, M. L. Juárez, C. (2019). *Desarrollo de procesos cognitivos con la Realidad Aumentada para el aprendizaje de la robótica humanoide* (1.ª ed.). Bonobos Editores S. de R.L. de C.V.

Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 19(2), 93–110. <https://doi.org/10.17163/soph.n19.2015.04>

Pérez, T. O., del Valle, G. M., Armas, C. B., Carrasco, Jiménez, T. (2022). El cálculo integral y sus aplicaciones en la ingeniería civil desde la teoría de Galperin. *Transformación*, 10(2), 65–78. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2308-30422022000200065&lng=es&tlng=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2308-30422022000200065&lng=es&tlng=es)

Prendes, E. C. (2015). Realidad aumentada y educación: Análisis de experiencias prácticas. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 47, 187–203. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=36832959008>

Ramírez-Montoya, M., McGreal, R. Obiageli, J.-F. (2022). Horizontes digitales complejos en el futuro de la educación 4.0: Luces desde las recomendaciones de la UNESCO. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 25(2). <https://doi.org/10.5944/ried.25.2.33843>

Ruiz, A. (1990). *Matemáticas y Filosofía*. UCR.

Sánchez, E. (Ed.). (2001). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. (Puig, L. Tr.). Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav-I.P.N.

Sánchez-Balarezo, R. W. Borja-Andrade, A. M. (2022). Geogebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Dominio de las Ciencias*, 8(2), 33–52. <https://doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>

UNESCO. (2019). Obtenida de necesaria la educación STEAM+H para cultivar un pensamiento y habilidades transformadoras, innovadoras y creativas para avanzar hacia un desarrollo sostenible. *Foro Internacional Vanguardia en la Educación 2019 en el Estado de México*.: <https://www.unesco.org/es/articles/necesaria-la-educacion-steamh-para-cultivar-un-pensamiento-y-habilidades-transformadoras-innovadoras>

Vargas, K., Yana, M., Chura, W., Pérez, K., & Alanoca, R. (2020). Aprendizaje colaborativo: una estrategia que humaniza la educación. *Revista Innova Educación*, 2(2). <https://doi.org/10.35622/j.rie.2020.02.009>

Zambrano, M., Hernández, A., Y Mendoza, L. (2022). El aprendizaje basado en proyectos como estrategia didáctica. *Conrado*, 18(84). [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1990-86442022000100172&lng=es&nrm=iso](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442022000100172&lng=es&nrm=iso)

Zaragoza, R. Cuevas, A. L. (2020). Realidad aumentada en la enseñanza. *Revista Digital Universitaria*, 21(6). <https://doi.org/10.22201/cuaieed.16076079e.2020.21.6.9>

Todo el contenido de **LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades**, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) 

### **AGRADECIMIENTOS**

Los autores de los contenidos agradecemos el financiamiento de la UNAM-DGAPA-PAPIME. A través de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA-UNAM) a través del Programa de Apoyo a proyectos para innovar y mejorar la educación (PAPIME). Proyecto PAPIME PE107625.