

**LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y
Humanidades, Asunción, Paraguay**

ISSN en línea: 2789-3855, 2026

Visualización matemática y aprendizaje significativo en la enseñanza de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones en secundaria

Mathematical visualization and meaningful learning in the teaching of
linear, quadratic equations and systems of equations in secondary
education

Plácido Juárez Lucas

aquilesleon807@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4358-8169>

Centro Regional de Formación Docente e
Investigación educativa CREDOMEX
Axapusco, Estado de México – México

Ana Karen García Camacho

akgc2503@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0004-1835-5229>

Centro Regional de Formación Docente e
Investigación educativa CREDOMEX
Axapusco, Estado de México – México

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v7i3.6079>

**Redilat**
Red de Investigadores
Latinoamericanos

**LATAM**

Revista Latinoamericana de
Ciencias Sociales y Humanidades

Artículo recibido: 06 de febrero de 2026.

Aceptado para publicación: 23 de junio de 2026.

Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

VOLUMEN VII

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v7i3.6079>

Visualización matemática y aprendizaje significativo en la enseñanza de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones en secundaria

Mathematical visualization and meaningful learning in the teaching of linear, quadratic equations and systems of equations in secondary education

Plácido Juárez Lucas

aquileleon807@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4358-8169>

Centro Regional de Formación Docente e Investigación educativa CREDOMEX
Axapusco, Estado de México – México

Ana Karen García Camacho

akgc2503@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0004-1835-5229>

Centro Regional de Formación Docente e Investigación educativa CREDOMEX
Axapusco, Estado de México – México

Artículo recibido: 06 de febrero de 2026. Aceptado para publicación: 23 de junio de 2026.

Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

Resumen

La investigación analiza la importancia de la visualización matemática para favorecer el aprendizaje significativo en la enseñanza de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones en secundaria. Se identifica que la enseñanza tradicional prioriza procedimientos algebraicos, lo que limita la comprensión conceptual y gráfica de los estudiantes. Basada en el aprendizaje significativo de Ausubel y la Zona de Desarrollo Próximo de Vygotsky, la propuesta didáctica integra la representación gráfica manual y el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra. Los resultados muestran una marcada preferencia por métodos algebraicos y un uso limitado de la visualización; sin embargo, se reconoce que la representación gráfica ayuda a interpretar los distintos tipos de solución de los sistemas de ecuaciones. Se concluye que la integración sistemática de la visualización matemática fortalece la comprensión conceptual, promueve aprendizajes más profundos y facilita la transferencia del conocimiento en la enseñanza de las matemáticas en secundaria.


Palabras clave: visualización matemática, aprendizaje significativo, sistemas de ecuaciones

Abstract

This research analyzes the importance of mathematical visualization in promoting meaningful learning in the teaching of linear and quadratic equations and systems of equations at the secondary level. It identifies that traditional teaching prioritizes algebraic procedures, which limits students' conceptual and graphical understanding. Based on Ausubel's theory of meaningful learning and Vygotsky's Zone of Proximal Development, the proposed teaching approach integrates manual graphical representation with the use of technological tools such as GeoGebra. The results show a marked preference for algebraic methods and limited use of visualization; however, it is recognized that graphical representation helps in interpreting the different types of solutions to systems of equations. The study

concludes that the systematic integration of mathematical visualization strengthens conceptual understanding, promotes deeper learning, and facilitates knowledge transfer in secondary mathematics education.

Keywords: mathematical visualization, meaningful learning, systems of equations

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicado en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons. 

Cómo citar: Juárez Lucas, P., & García Camacho, A. K. (2026). Visualización matemática y aprendizaje significativo en la enseñanza de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones en secundaria. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 7 (3), 1999 – 2019. <https://doi.org/10.56712/latam.v7i3.6079>

INTRODUCCIÓN

La visualización matemática puede entenderse como la capacidad de transformar un problema expresado en un sistema semiótico de representación a otro, particularmente de una representación algebraica a una representación gráfica (Duval, 2006). Investigaciones recientes destacan el papel fundamental que desempeñan los sistemas semióticos de representación en el aprendizaje de conceptos matemáticos, al subrayar la importancia de la articulación y coordinación entre distintas formas de representación para una comprensión más profunda (Godino & Batanero, 2003).

Diversos estudios realizados en contextos educativos de América Latina evidencian que los estudiantes presentan dificultades para traducir, interpretar y resolver enunciados matemáticos cuando estos demandan una comprensión conceptual más allá de la mera memorización de procedimientos algorítmicos orientados a la obtención de un único resultado (Cantoral & Farfán, 2004). En general, los estudiantes están habituados a resolver problemas matemáticos con una respuesta explícita; sin embargo, surgen obstáculos cuando se enfrentan a situaciones en las que no existe una solución única o directa, como sucede en algunos sistemas de ecuaciones o en el análisis de ecuaciones cuadráticas.

Ante esta problemática, se planteó la necesidad de fortalecer dos conceptos fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas: la visualización y la significación. Ambos resultan esenciales para promover una comprensión integral de las ecuaciones lineales y de los sistemas de ecuaciones. En los últimos años, numerosas investigaciones han centrado su atención en el desarrollo de estrategias que favorezcan la visualización de conceptos y objetos matemáticos, concibiéndola como un proceso del pensamiento matemático que involucra la creación, interpretación, uso y reflexión de representaciones matemáticas (Arcavi, 2003). Este proceso incluye tanto la capacidad cognitiva del estudiante como el producto resultante de dicha actividad, con el fin de comunicar información, establecer relaciones entre ideas previamente construidas y facilitar el acceso a conocimientos más complejos mediante la integración de diversas representaciones de un mismo objeto matemático (Presmeg, 2006).

Desde esta perspectiva, la visualización se vincula estrechamente con el aprendizaje significativo (Ausubel, 1968), dado que favorece la adquisición y el almacenamiento de grandes cantidades de información y conceptos representados en distintos campos del conocimiento. Dicho aprendizaje se concibe como un proceso activo e individual en el cual se establecen relaciones sustantivas entre los nuevos conocimientos y las estructuras cognitivas preexistentes, contribuyendo así a una mayor comprensión y a la retención duradera del conocimiento.

De acuerdo con diversos estudios, y en particular con lo señalado por Trigueros y Covadonga (2008), se observa que los estudiantes, desde niveles básicos hasta avanzados en áreas como álgebra, cálculo y geometría analítica, presentan dificultades para comprender conceptos matemáticos debido a la limitada utilización de múltiples representaciones para comunicar y procesar información. Aunque suelen mostrar habilidades para resolver ejercicios rutinarios, estos se abordan de manera aislada, lo que dificulta su interpretación tanto gráfica como algorítmica y limita el desarrollo de una comprensión conceptual más profunda.

La presente investigación tuvo como objetivo general analizar los factores que inciden en el desarrollo de la visualización matemática en estudiantes de nivel secundaria, a través de la representación gráfica de ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones, con el propósito de favorecer la articulación entre los procedimientos algebraicos y la interpretación conceptual de sus resultados. En este marco, se buscó trascender la ejecución mecánica de métodos de resolución, promoviendo que los estudiantes otorgaran significado matemático a las soluciones obtenidas mediante su representación gráfica.

De manera específica, el estudio se orientó a interpretar las soluciones de distintos conceptos matemáticos a partir de la representación gráfica, concebida como un recurso fundamental para el análisis, la comprensión y la comunicación de la información matemática. Desde esta perspectiva, se promovió una comprensión integrada que articula lo algebraico, lo gráfico y lo conceptual, sustentada en los principios del aprendizaje significativo (Ausubel, 1976), con el fin de vincular de manera coherente los conocimientos conceptuales, procedimentales y representacionales en un mismo proceso formativo.

Asimismo, la investigación planteó una propuesta didáctica orientada al fortalecimiento de la comprensión de las ecuaciones lineales, cuadráticas y los sistemas de ecuaciones en estudiantes de secundaria. Dicha estrategia consideró la identificación, el análisis y la selección de los métodos de representación gráfica más adecuados para cada tipo de ecuación, con la intención de optimizar su comprensión y favorecer la toma de decisiones informada respecto al procedimiento más pertinente en función de la situación planteada.

Finalmente, el estudio tuvo como objetivo evaluar el nivel de visualización matemática alcanzado por los estudiantes en el tratamiento de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones, a fin de identificar los vínculos significativos que establecen entre las distintas representaciones semióticas de un mismo objeto matemático. Esta evaluación permitió analizar de qué manera la coordinación entre representaciones contribuye al desarrollo de una comprensión más profunda, funcional y transferible de los conceptos matemáticos abordados.

METODOLOGÍA

Tipo y enfoque de investigación

El presente estudio se enmarca en un enfoque cuantitativo de alcance descriptivo-exploratorio, con un diseño no experimental transversal (Hernández-Sampieri, Fernández & Baptista, 2014). Se optó por este diseño porque se buscó caracterizar la percepción de los estudiantes y docentes sobre el uso de la visualización matemática en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, sin manipular deliberadamente las variables, sino observando los fenómenos tal como ocurren en su contexto natural. El corte transversal permitió recoger los datos en un único momento del ciclo escolar (cuatrimestre 2 del año 2026), lo que resulta adecuado para identificar patrones de preferencia metodológica y niveles de comprensión conceptual en la población estudiada.

Población y muestra

La población objetivo estuvo constituida por estudiantes de nivel secundaria pertenecientes a escuelas públicas y privadas de una zona metropolitana de México, así como por docentes de educación básica y media superior con experiencia en la enseñanza del álgebra. La selección de la muestra se realizó mediante un muestreo no probabilístico por conveniencia (Otzen & Manterola, 2017), dada la accesibilidad a los centros educativos participantes y la disponibilidad de los sujetos durante el periodo de aplicación.

Tamaño y composición de la muestra: Se trabajó con 450 estudiantes de secundaria ($N = 450$), distribuidos equitativamente entre segundo y tercer grado (225 por grado). Estos rangos escolares corresponden a aquellos en los cuales el currículo oficial de la Secretaría de Educación Pública incorpora de manera formal la enseñanza de ecuaciones lineales (segundo grado), ecuaciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones dos por dos (tercer grado). Esta selección intencional garantizó que los participantes hubieran tenido, al menos, un primer acercamiento instruccional a los conceptos algebraicos bajo estudio, lo que resulta condición necesaria para evaluar sus niveles de visualización y preferencias metodológicas.

Adicionalmente, se incluyó la percepción de 38 docentes de matemáticas (24 de secundaria y 14 de bachillerato), con una experiencia docente media de 8.5 años. La inclusión de esta submuestra docente respondió a la necesidad de contrastar la percepción del profesorado sobre las competencias de los estudiantes –particularmente en la interpretación gráfica y la identificación de tipos de solución– con los reportes propios del alumnado, reduciendo así el sesgo de deseabilidad social que podría presentarse en un autoinforme exclusivo de estudiantes.

Instrumento de recolección de datos

Se diseñó y administró un cuestionario estructurado mediante la plataforma Google Forms, lo que permitió una distribución ágil, el registro automático de respuestas y la anonimización de los participantes. El instrumento fue sometido a un proceso de validación de contenido mediante juicio de tres expertos en educación matemática y metodología de la investigación, quienes evaluaron la claridad, pertinencia y suficiencia de cada ítem. Adicionalmente, se realizó una prueba piloto con 45 estudiantes (10% de la muestra definitiva) para ajustar la redacción y el tiempo de respuesta estimado, obteniendo un coeficiente de confiabilidad Alfa de Cronbach de $\alpha = 0.82$, considerado aceptable para instrumentos de percepción (George & Mallery, 2003).

El cuestionario se organizó en tres secciones:

Datos sociodemográficos y escolares: grado, tipo de escuela, calificación previa en matemáticas y acceso a recursos tecnológicos (computadora, internet, uso de GeoGebra).

Preferencias y reconocimiento de métodos de resolución (10 ítems de opción múltiple y escala Likert): se indagó sobre los métodos más utilizados (sustitución, eliminación, igualación, gráfico), así como la capacidad de identificar en qué condiciones resulta más eficiente cada uno. Esta sección incluyó los reactivos que dieron origen a los Gráficos 2, 6, 7 y 8 del apartado de resultados.

Comprensión de los tipos de solución en sistemas de ecuaciones (8 ítems con situaciones problema y representaciones gráficas): se presentaron sistemas de ecuaciones lineales 2×2 con solución única, infinita y nula, solicitando a los estudiantes que identificaran, sin resolver algebraicamente, el tipo de solución a partir de la comparación de pendientes, ordenadas al origen o mediante una gráfica preelaborada. Estos ítems alimentaron los Gráficos 3, 4 y 5.

Para los docentes, se añadió una cuarta sección con preguntas abiertas sobre las dificultades frecuentes que observan en sus estudiantes al momento de traducir una ecuación a su representación gráfica, así como sugerencias para mejorar la integración de la visualización en el aula.

Procedimiento

La recolección de datos se llevó a cabo durante las semanas 8 a 10 del cuatrimestre 2 de 2026, con la autorización previa de los directivos de las instituciones participantes y el consentimiento informado de padres/tutores (en el caso de los estudiantes menores de edad). El cuestionario se aplicó en un horario regular de clase, con una duración aproximada de 25 minutos, bajo la supervisión de los docentes titulares, pero sin su intervención en la interpretación de las preguntas. Se enfatizó que las respuestas serían anónimas y confidenciales, y que no habría consecuencias en su calificación académica, a fin de promover la sinceridad en las respuestas.

Método de análisis de datos

El procesamiento de la información se realizó mediante el método de percepción simple combinado con un análisis referencial de datos y una inferencia de proyecciones por comportamiento grupal aleatorio. A continuación, se explica cada componente:

Percepción simple: consistió en la cuantificación directa de frecuencias y porcentajes para cada ítem del cuestionario, lo que permitió construir los gráficos de barras y pastel presentados en el apartado de resultados (Gráficos 1 a 10). Esta técnica es adecuada para identificar tendencias mayoritarias y contrastar hipótesis sobre preferencias metodológicas sin recurrir a modelos estadísticos complejos.

Análisis referencial de datos: se llevó a cabo una comparación sistemática de las respuestas de los estudiantes con los referentes teóricos establecidos en la literatura (Ausubel, 1968; Vygotsky, 1978; Gutiérrez, 1991; Trigueros & Covadonga, 2008). Para ello, se categorizaron las respuestas en dimensiones: nivel de visualización (bajo, medio, alto), preferencia algebraica vs. gráfica, y capacidad de reconocimiento de tipos de solución. Esta categorización permitió establecer vínculos entre los hallazgos empíricos y los constructos teóricos que sustentan el estudio.

Consideraciones éticas

El estudio se ajustó a los principios éticos establecidos en el Código Ético del Sistema Nacional de Investigación Educativa. Se garantiza la confidencialidad de los datos, el derecho a retirarse del estudio en cualquier momento sin penalización, y la ausencia de riesgos físicos o psicológicos para los participantes. Los datos fueron almacenados en una base de datos cifrada a la que solo tuvieron acceso los investigadores principales.

Este diseño metodológico, centrado en una muestra amplia de 450 estudiantes de los grados donde se enseña el álgebra, combinado con la perspectiva docente y un análisis que integra la percepción directa, la referencia teórica y la inferencia controlada, permitió obtener resultados robustos para responder a la pregunta de investigación sobre el papel de la visualización matemática en el aprendizaje significativo de ecuaciones y sistemas de ecuaciones en secundaria.

DESARROLLO

¿Qué se quiso demostrar? Supuestos y conjeturas para la comprensión problemática

El estudio partió de la hipótesis de que la limitada utilidad, significado y comprensión de los contenidos matemáticos, desde el nivel básico hasta el nivel superior, se asocian a su desvinculación de los procesos visuales, derivada principalmente de prácticas evaluativas centradas en la verificación de procedimientos algebraicos en contextos de examen, lo que resta relevancia a la visualización matemática como recurso de comprensión.

Se planteó que, cuando el estudiante resuelve ecuaciones lineales, cuadráticas o sistemas de ecuaciones mediante procedimientos algorítmicos, la obtención de una respuesta numérica perteneciente a conjuntos de números previamente reconocidos es percibida como suficiente para validar el proceso. Sin embargo, ante la aparición de valores no familiares o de situaciones en las que no existe una solución definida, el estudiante tiende a cuestionar sus conocimientos previos, sin recurrir de manera sistemática a otras representaciones semióticas, particularmente la gráfica, que le permitan reinterpretar el problema y detectar posibles inconsistencias o errores.

Asimismo, se hipotetizó que en los procesos educativos matemáticos predomina un enfoque tradicional en la enseñanza de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones, tanto en docentes como en estudiantes, caracterizado por la exclusión de la significación y la visualización de los objetos matemáticos. Esta ausencia de consideraciones visuales limita la construcción de significado y la relación conceptual entre los distintos contenidos matemáticos involucrados.

En este contexto, se consideró que la implementación de una estrategia didáctica basada en la representación gráfica manual, mediante el trazado por partes de funciones, favorece el aprendizaje significativo de las ecuaciones (Ausubel, 2002), al permitir la vinculación de contenidos programáticos

que habitualmente se abordan de manera aislada en los planes y programas de matemáticas de nivel secundaria. De forma complementaria, se planteó que la incorporación de la representación gráfica por tabulación facilita la comparación de métodos y promovería que el estudiante seleccionará el procedimiento más pertinente para el análisis de cada situación matemática.

Por último, se sostuvo que el desarrollo de la visualización matemática podría evaluarse a través de la resolución de ejercicios cuyas soluciones no se encontraran dentro del conjunto de los números reales, o bien en aquellos casos donde el procedimiento algebraico quedara inconcluso o arrojará valores desconocidos. Dichas situaciones impulsarían la necesidad de recurrir a la representación gráfica como medio para interpretar los resultados y otorgarles significado.

De manera general, se asumió que la visualización matemática constituye un enfoque adaptable a distintos planes y programas vigentes, dado que, independientemente de la variación en los contenidos programáticos, los conceptos fundamentales permanecen constantes, aunque susceptibles de diversas aplicaciones en el aula. En este sentido, se hipotetizó que la integración temática y el otorgamiento de significado a dichos conceptos contribuirían a la consolidación del conocimiento matemático, en concordancia con los procesos de desarrollo del aprendizaje propuestos en el plan sintético de la Nueva Escuela Mexicana, bajo la metodología del aprendizaje significativo.

Alcances y limitaciones subyacentes al enfoque y problemática analizados

De acuerdo con lo anterior, este trabajo se justifica por las modificaciones que los planes y programas de nivel básico han sufrido a lo largo del tiempo, derivadas de cambios políticos y sociales, pero también por la incorporación de metodologías pertinentes a las nuevas generaciones y sus formas de aprendizaje, de acuerdo con los recursos tecnológicos disponibles. Se presenta, entonces, la necesidad de renovar y vincular los contenidos matemáticos de acuerdo con las necesidades de los estudiantes; un ejemplo de ello es dar mayor importancia a la presentación de información diversa.

Sin embargo, el abordaje aislado de los contenidos dentro del aula limita su comprensión y dificulta su construcción y significado para el estudiante. Por ello, es necesario incorporar la visualización como un medio de integración de contenidos y significados presentes en los diferentes planes y programas de estudio, permitiendo su vinculación dentro del mismo grado y en grados más avanzados o complejos.

Derivado de la falta de significado de los procedimientos algorítmicos de conceptos matemáticos y sus diferentes representaciones, se propone la visualización matemática a través del aprendizaje significativo para construir conocimientos y significados en ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones, mediante la representación gráfica por diferentes métodos, entre los cuales el estudiante adoptará el más fácil o pertinente para ofrecer una explicación visual coherente. Se busca, así, lograr el entendimiento de los estudiantes y que estos sean capaces de usar la información para alcanzar metas en diferentes contextos escolares.

Para desarrollar la visualización matemática, los estudiantes se apoyarán en gráficas elaboradas manualmente en hojas milimétricas, lo que facilita y/o retoma la comprensión de conceptos abordados desde primaria, por ejemplo: el plano cartesiano, coordenadas, operaciones básicas y operaciones inversas. En el caso de secundaria: leyes de signos, ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones, funciones lineales y cuadráticas. También se apoyarán en el programa GeoGebra para comprobar la representación gráfica correcta de los conceptos matemáticos a abordar, o incluso para su aplicación en gráficas más amplias. Los conceptos fundamentales que importan son: visualización, ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones, aprendizaje significativo, funciones y gráficas.

Elementos sintéticos para la argumentación: el valor de la investigación concatenada

Hablar de visualización implica referirse a los procesos de representación semiótica que comprenden diversos sistemas de escritura, tales como números, gráficas, diagramas y esquemas, los cuales cumplen la función de comunicar y expresar ideas matemáticas de manera precisa. Estas representaciones contribuyen al fortalecimiento de las capacidades cognitivas y a la construcción de representaciones mentales en los individuos, favoreciendo una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos (González, González, Noriega & Pérez, 2018).

En este sentido, la visualización supone la capacidad de representar y utilizar distintos lenguajes para comunicar adecuadamente las ideas que se demandan en un contexto escolar. Dicho proceso involucra la conversión de información entre diferentes sistemas de representación, donde las imágenes visuales, ya sean físicas o mentales, constituyen los principales objetos de manipulación cognitiva. De acuerdo con Gutiérrez (1991), esta actividad se desarrolla a través de dos tipos fundamentales de procesos: por un lado, la interpretación de información figurativa, entendida como los procesos de comprensión e interpretación de representaciones visuales para extraer la información que contienen, generalmente asociada a la representación algebraica; y por otro, el proceso visual, que consiste en la conversión de información abstracta o no figurativa en imágenes visuales, vinculadas principalmente con la representación gráfica.

Desde esta perspectiva, la visualización en matemáticas exige la habilidad para transformar un problema de un sistema semiótico a otro, lo cual implica que el estudiante movilice de manera integrada sus conocimientos previos para elaborar una respuesta, ya sea verbal o mental. No obstante, diversos estudios señalan que en la enseñanza de las matemáticas predomina el pensamiento algorítmico sobre el pensamiento visual. Según Espinoza (1998), esta situación puede atribuirse a que el pensamiento visual demanda mayores exigencias cognitivas que el algorítmico, o bien a que las prácticas docentes suelen priorizar procedimientos algorítmicos por encima del desarrollo de habilidades visuales en los estudiantes.

La visualización, por lo tanto, no se limita únicamente a la observación de las distintas representaciones de un objeto matemático, sino que implica la elaboración de explicaciones internas y externas sobre su significado en el marco de las actividades propias de la matemática escolar, es decir, la interpretación de información figurativa. En este sentido, la visualización trasciende su función como recurso ilustrativo para la aprehensión de un objeto matemático, ya que, de acuerdo con Samoaya (2009), en la actividad de representación gráfica se concibe como un proceso de producción y construcción de argumentos orales y escritos que configuran la explicación y la solución de una situación problema.

Desde esta perspectiva, el tipo de pensamiento que se pretende desarrollar se vincula con la capacidad de representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflexionar sobre información visual en el pensamiento y el lenguaje matemático, particularmente en la resolución de sistemas de ecuaciones. Visualizar una función lineal de la forma $y = mx + b$ requiere la articulación de nociones matemáticas provenientes de diversos ámbitos (numérico, gráfico, algebraico y verbal), con el propósito de que los estudiantes puedan formular, mediante sus propias palabras, explicaciones coherentes sobre el comportamiento de dicho objeto de estudio.

A manera de ejemplo, la obtención de la solución de un sistema de ecuaciones mediante el método gráfico permite que el estudiante de tercer grado de secundaria trabaje con la transposición de los términos x e y . Este proceso implica la familiarización con la conversión de una representación semiótica de un sistema de ecuaciones de la forma $ax + by = c$ hacia la representación gráfica de sus funciones respectivas en la forma $y = mx + b$.

En consonancia con lo anterior, diversas investigaciones han analizado el papel de la visualización de las rectas asociadas a cada ecuación en un sistema de ecuaciones dos por dos, destacando su relevancia para otorgar significado a la solución a partir del punto de intersección. En este proceso, se busca que el estudiante recopile y analice información significativa mediante la manipulación de ecuaciones lineales, manteniendo un orden de magnitud en la solución y comprendiendo que dicha solución debe satisfacer de manera simultánea ambas ecuaciones que conforman el sistema (Proulx, 2015).

No obstante, abordar el estudio de las funciones en el nivel de secundaria implica comprender la relación funcional entre dos variables, x e y , que el estudiante utiliza para describir el comportamiento de un fenómeno o evento. Sin embargo, en la práctica escolar, este concepto suele reducirse a la graficación de un conjunto de pares ordenados previamente determinados por el docente mediante el método de tabulación. Esta aproximación limita el tratamiento de las funciones a un procedimiento esencialmente algorítmico, dejando de lado su potencial como recurso para el análisis e identificación de propiedades matemáticas de las gráficas, tales como su pendiente, intersecciones o comportamiento global (Buendía, Ferrari & Martínez, 2015).

Desde esta perspectiva, la visualización en el estudio de los sistemas de ecuaciones se concibe como la capacidad de interpretar, manipular y representar gráficamente la solución de un sistema, trascendiendo la resolución meramente algebraica. En el proceso de representación gráfica, resulta fundamental que el estudiante comprenda el significado matemático de los distintos tipos de solución que un sistema de ecuaciones puede presentar, más allá del algoritmo utilizado para su resolución.

En particular, al representar gráficamente un sistema de ecuaciones lineales, pueden distinguirse tres casos fundamentales: (a) solución única, cuando las ecuaciones corresponden a dos rectas que se intersectan en un único punto; (b) solución infinita, cuando ambas ecuaciones representan la misma recta y, por tanto, todos los valores de una variable satisfacen simultáneamente el sistema; y (c) ausencia de solución, cuando las ecuaciones corresponden a rectas paralelas que no se intersectan. La comprensión de estos casos a partir de la representación gráfica favorece el desarrollo de una interpretación conceptual más sólida de los sistemas de ecuaciones, permitiendo al estudiante otorgar significado a las soluciones obtenidas y establecer relaciones entre las distintas representaciones semióticas involucradas.

Discusión teórica

El aprendizaje de las matemáticas a lo largo de la educación formal ha constituido un eje prioritario de investigación, particularmente en el nivel básico, con el propósito de comprender cómo los estudiantes construyen y consolidan los conceptos matemáticos (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). En este contexto, se enfatiza la necesidad de diseñar tareas que representen un nivel de complejidad ligeramente superior al que el estudiante está habituado, de modo que puedan resolverse con cierto grado de apoyo. Dichas tareas permiten aplicar, ampliar y enriquecer el conocimiento matemático existente, favoreciendo procesos de aprendizaje más profundos y duraderos (Vygotsky, 1978).

Este enfoque se sustenta en la teoría sociocultural del aprendizaje propuesta por Lev Vygotsky (1978), específicamente en el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), entendida como un marco teórico que favorece el aprendizaje matemático mediante la interacción social y la mediación pedagógica. Desde esta perspectiva, el aprendizaje se concibe como un proceso social que se desarrolla a través de la interacción del estudiante con sus pares y con el docente, estableciendo una relación dinámica entre el conocimiento previo, el andamiaje y el desarrollo cognitivo. El lenguaje, en este sentido, cumple una función central como herramienta cultural de mediación entre el individuo y el conocimiento (Vygotsky, 1978).

Para su aplicación en la enseñanza de las matemáticas, el docente debe propiciar el diálogo en torno a los conceptos matemáticos dentro de la ZDP, promoviendo un aprendizaje colaborativo que integre las experiencias previas del estudiante y fomente progresivamente el aprendizaje autónomo. La ZDP se define como la distancia entre el nivel de desarrollo real del estudiante –determinado por su capacidad para resolver de manera independiente una situación problemática– y su nivel de desarrollo potencial, es decir, aquello que puede lograr con la guía del docente, el uso de preguntas orientadoras o el trabajo colaborativo (Vygotsky, 1978). En este sentido, la ZDP distingue dos niveles funcionales: uno asociado a las habilidades ya consolidadas, y otro vinculado a funciones cognitivas emergentes que requieren mediación para transformarse en aprendizajes efectivos.

Desde esta perspectiva, la propuesta de Vygotsky aplicada a la enseñanza de las matemáticas busca que, mediante el planteamiento de pequeños retos o actividades cuidadosamente diseñadas, se favorezcan el diálogo, la exploración y el descubrimiento, permitiendo que el estudiante consolide su comprensión de conceptos específicos, como es el caso del estudio de las ecuaciones (Méndez & Ignacio, 2018). En un primer acercamiento, el aprendizaje de las ecuaciones suele generar confusión debido a la introducción de símbolos literales que, bajo determinados procedimientos, adquieren valores numéricos. Esta situación exige que el estudiante movilice conocimientos previos relacionados con las operaciones básicas, sus operaciones inversas, las leyes de los signos y los procesos de despeje y sustitución (Molina, 2014).

En este contexto, la ZDP posibilita un aprendizaje significativo de las ecuaciones mediante estrategias de andamiaje sustentadas en preguntas orientadoras y el uso de expresiones clave en un lenguaje cotidiano. Por ejemplo, expresiones como “si está multiplicando pasa dividiendo” –aunque poco formales desde el punto de vista del lenguaje matemático– favorecen discusiones exploratorias que permiten asociar conocimientos previos, particularmente las operaciones inversas, y facilitan la construcción progresiva de significado en la resolución de ecuaciones de primer grado, ecuaciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones (Utomo & Santoso, 2021).

Representación gráfica como andamiaje desde el aprendizaje previo

La construcción del significado en el aprendizaje de la resolución de ecuaciones constituye una tarea compleja en el aula, ya que requiere ampliar el repertorio de herramientas de solución disponibles para el estudiante y evitar la reducción del aprendizaje a un único procedimiento aritmético (Molina, 2014). Limitar la resolución de ecuaciones a un enfoque exclusivamente algorítmico puede dificultar, en niveles posteriores, la comprensión de contenidos matemáticos más avanzados. Una vez asignado un valor numérico a la incógnita en una ecuación lineal, dicho conocimiento suele transferirse a una representación gráfica; no obstante, esta transición se ha trabajado tradicionalmente de forma aislada, lo que ha obstaculizado su comprensión y su articulación con temas como los sistemas de ecuaciones o la geometría analítica.

La representación gráfica de una ecuación en matemáticas exige la coordinación simultánea de múltiples sistemas de representación (Duval, 2006). En este sentido, el andamiaje permite que el estudiante avance gradualmente desde apoyos concretos y guiados hacia una representación gráfica autónoma y comprensiva. Mediante una didáctica adecuada, el andamiaje mejora la capacidad del estudiante para trazar, interpretar y analizar gráficas de funciones lineales, ya sea en ecuaciones de primer grado o en sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas (Utomo & Santoso, 2021).

El proceso de andamiaje para la representación gráfica de funciones lineales se desarrolla de forma progresiva: inicia con la construcción de tablas de valores y la localización de coordenadas en el plano cartesiano; continúa con la identificación de conceptos implícitos en la función, como pendiente e intersecciones; y se fortalece mediante el uso de herramientas tecnológicas que permiten una visualización dinámica del comportamiento de las funciones a partir de la variación de sus parámetros

(Widjajanti et al., 2019). Durante este proceso, el uso de preguntas guía –como ¿qué ocurre si cambia este valor?, ¿por dónde pasa la recta? o ¿qué relación existe entre las rectas de un sistema? – resulta fundamental para promover la reflexión y la comprensión conceptual.

Trabajar la representación gráfica desde el andamiaje implica iniciar con representaciones simples apoyadas en tablas, recursos visuales y preguntas orientadoras, para posteriormente retirar dichos apoyos y favorecer la interpretación autónoma del comportamiento de una o más funciones en el plano cartesiano, ya sea a partir de su representación algebraica o gráfica. Este enfoque facilita la resolución de casos particulares de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, fortaleciendo la conexión entre las distintas representaciones matemáticas (Méndez & Ignacio, 2018).

Ecuaciones y aprendizaje significativo

Desde la perspectiva del aprendizaje significativo propuesta por Ausubel (1968, 1976), la comprensión de las ecuaciones se logra cuando las nuevas ideas se integran de manera clara y no mecánica a los conocimientos previos del estudiante y a situaciones que poseen sentido para él. Aprender ecuaciones de forma significativa implica, por tanto, la aplicación organizada y no arbitraria de conocimientos previos pertinentes, así como la disposición del estudiante para establecer relaciones entre lo nuevo y lo ya conocido (Ausubel, 2002). En este proceso, los conocimientos básicos de aritmética se transforman en saberes algebraicos más complejos, apoyados en organizadores previos y en problemas contextualizados (Molina, 2014).

Superar un enfoque memorístico en la enseñanza de las ecuaciones para transitar hacia un aprendizaje integrador, comprensivo y autónomo requiere la reestructuración de los esquemas cognitivos del estudiante mediante situaciones problemáticas contextualizadas (Ausubel, 2002). En dichas situaciones, los estudiantes aplican conocimientos matemáticos adquiridos previamente en experiencias cercanas a su vida cotidiana, otorgando significado a los valores numéricos obtenidos para las incógnitas de ecuaciones lineales o sistemas de ecuaciones. De este modo, el conocimiento algebraico se adapta al contexto del estudiante y se reconoce como un aprendizaje funcional.

Este enfoque permite concebir al estudiante como un procesador activo de información, cuyo aprendizaje es un proceso sistemático y organizado que trasciende las acciones memorísticas (Ausubel, 1968). Se destaca así la importancia del conocimiento previo –saberes y experiencias– y de la construcción activa de conocimientos a partir de estructuras conceptuales que facilitan la relación entre conceptos. En consecuencia, el aprendizaje significativo se desarrolla a partir de dos ejes fundamentales: la actividad constructivista del estudiante y la interacción social con otros (Vygotsky, 1978).

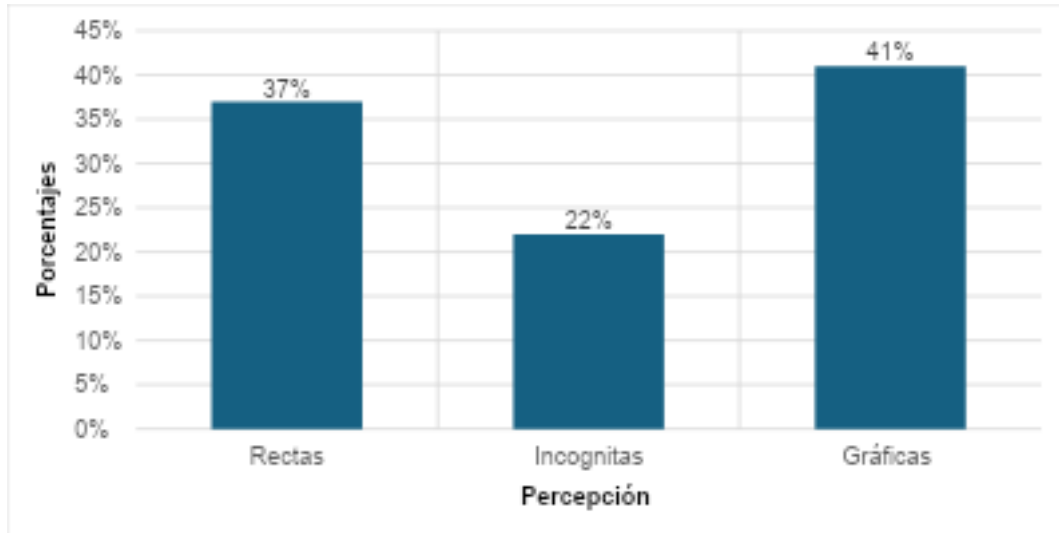
Finalmente, el aprendizaje significativo favorece el desarrollo de la metacognición, al promover que el estudiante sea consciente de su propio proceso de aprendizaje y aprenda a aprender (Ausubel, 2002). Asimismo, estimula el aprendizaje por descubrimiento, la automotivación, la adaptación del aprendizaje a las necesidades individuales y el fortalecimiento del autoconcepto, promoviendo una actitud crítica frente a soluciones inmediatas o simplistas. No obstante, estas ventajas pueden verse limitadas en contextos educativos con grupos numerosos o cuando existe un bajo nivel de interés del estudiante por su propio aprendizaje.

RESULTADOS

Los resultados se presentan de acuerdo con una representación gráfica, en ésta se visualiza la distribución de respuestas y el significado más lógico de acuerdo con el análisis y la comparación de respuestas.

Gráfico 1

Percepción del estudiante sobre ecuaciones lineales

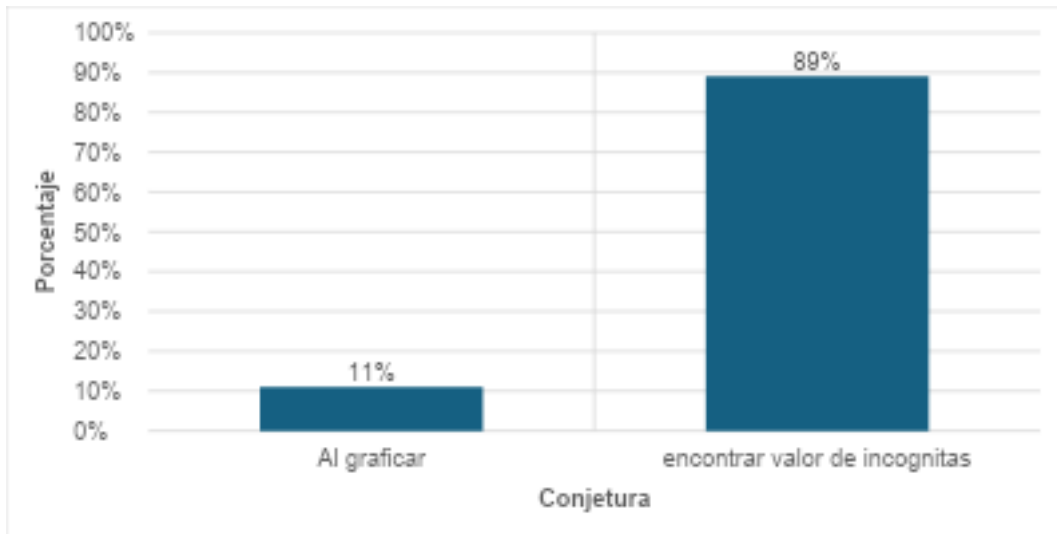


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

Lo anterior muestra un predominio del conocimiento algebraico de los estudiantes sobre el gráfico, lo que puede representar una falta de práctica en otras representaciones de sistemas de ecuaciones; pero cabe resaltar el nivel de abstracción que tienen los estudiantes de secundaria para evolucionar su conocimiento algebraico sobre el aritmético.

Gráfico 2

Métodos de solución reconocidos por los estudiantes

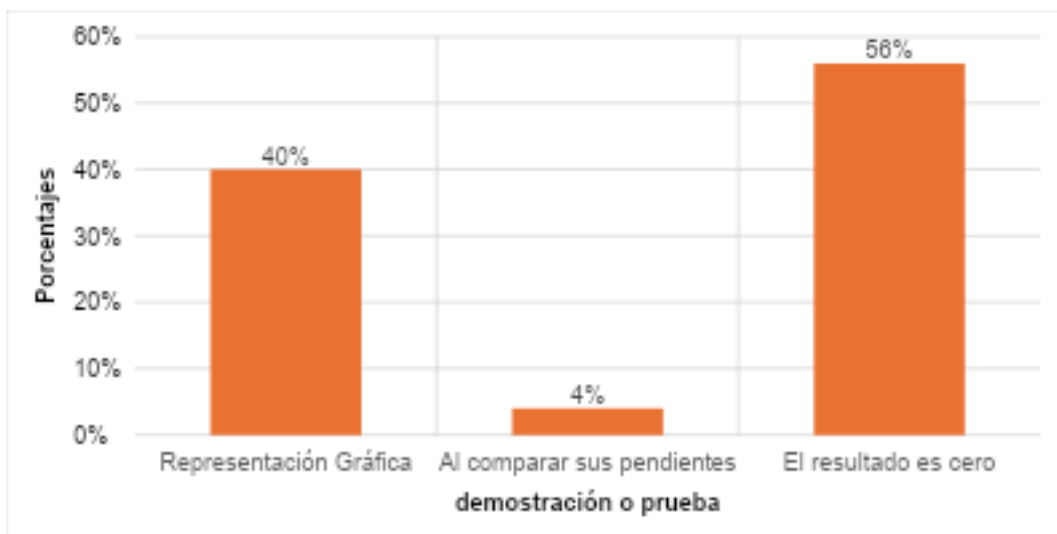


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

Se observa una preferencia por parte del alumnado por utilizar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones dos por dos, sin embargo; no es tan lejana la preferencia al método de eliminación o suma y resta, debido a la practicidad de operaciones. 11% prefiere utilizar el método de igualación y con menor preferencia el método gráfico, lo que puede significar este último, el menos preferido debido a la integración de conceptos que parecen fuera del vocabulario y pensamiento algebraico que predomina en el estudiante.

Gráfico 3

Casos de solución nula en un sistema de ecuaciones

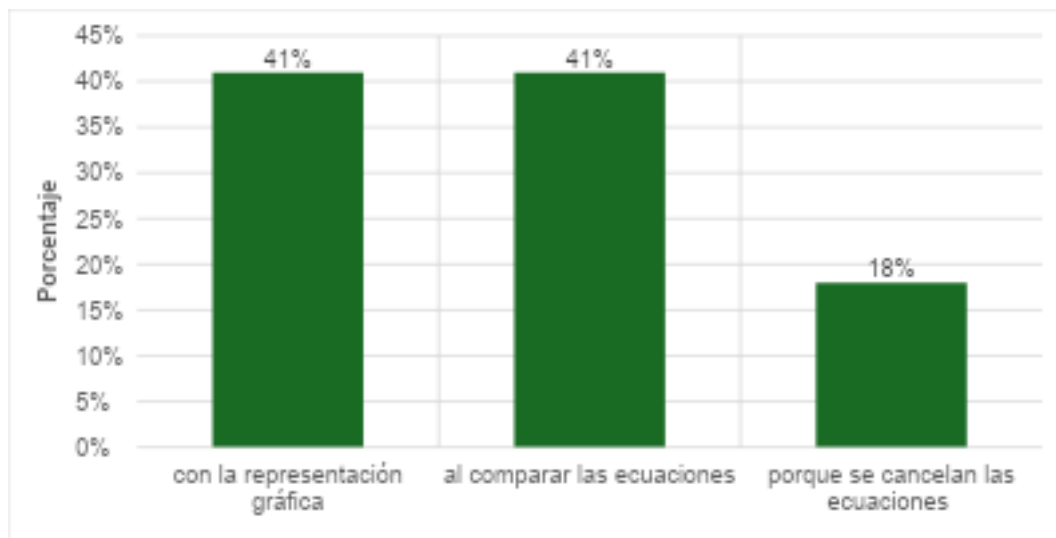


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

Se puede apreciar la aplicación de conocimientos previos de los casos de soluciones en sistemas de ecuaciones dos por dos, en los estudiantes cuando al solucionar por cualquier método algebraico las incógnitas se cancelan o se produce un valor cero y un valor numérico. Lo que en consecuencia invita al estudiante a comprobar por otras representaciones su solución y dar respuesta a si un sistema no tiene solución. La menor cantidad da por hecho que un sistema de ecuaciones dos por dos no tiene solución debido a la comparación de pendientes de la recta que se identifica en las funciones de cada ecuación del sistema.

Gráfico 4

Casos de solución en un sistema de ecuaciones

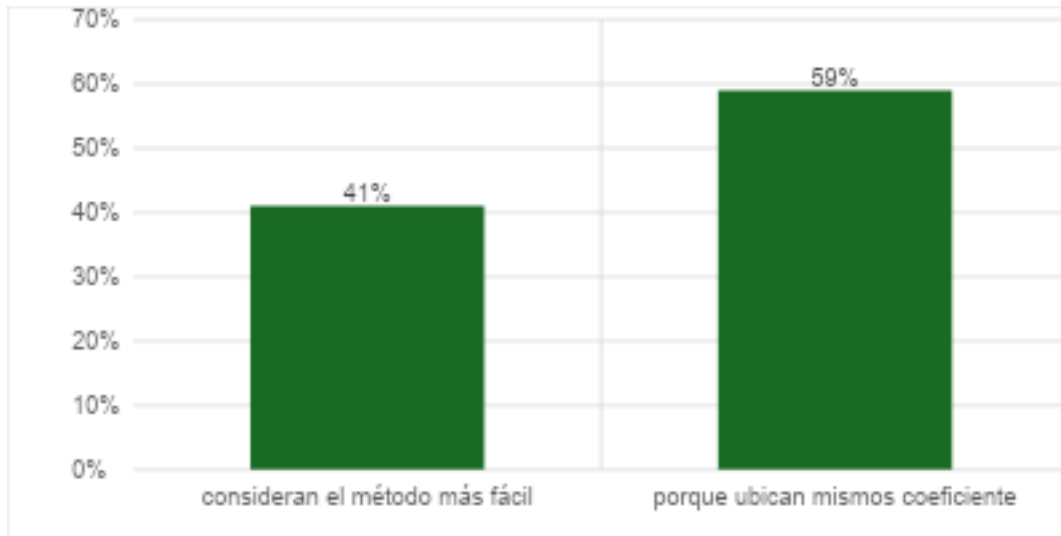


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

Se identifica que los estudiantes aplican sus conocimientos sobre casos de soluciones en sistemas de ecuaciones, por lo que menor porcentaje considera la intersección de las dos rectas que intervienen en el sistema de ecuaciones como respuesta al valor de las incógnitas. Por lo que limita la comparación de los factores de las funciones en juego del sistema de ecuaciones dos por dos.

Gráfico 5

Casos de solución de un sistema de ecuaciones

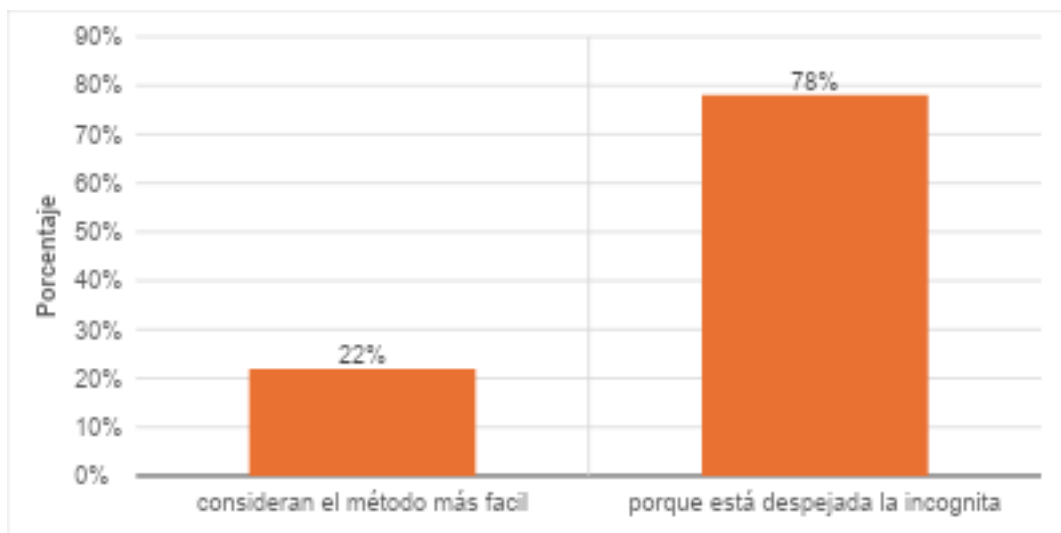


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

A diferencia del caso donde el sistema de ecuaciones no tiene solución, los estudiantes se percatan en igual porcentaje que un sistema de ecuaciones dos por dos tiene infinitas soluciones, cuando comparan las ecuaciones y son estas iguales o equivalentes; o bien, porque se identifican en el plano cartesiano su sobreposición; por lo que el resto se percata de dicho caso cuando al operar las ecuaciones se cancelan los valores de las incógnitas y constantes.

Gráfico 6

Método de sustitución

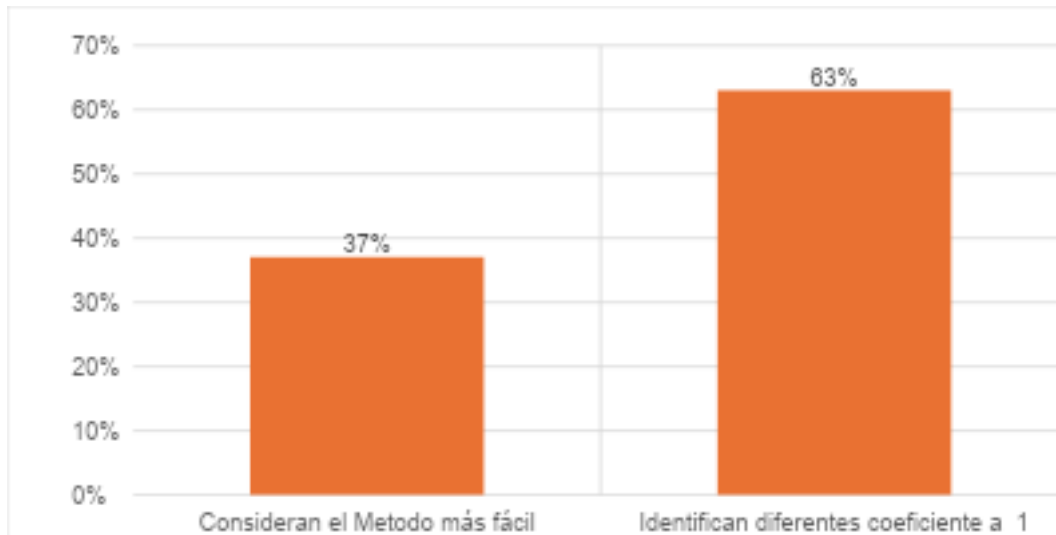


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

El 77.8% de los estudiantes identifica las condiciones brindadas del sistema ecuaciones donde una incógnita ya se encuentra despejada, por lo que prefieren utilizar el método de sustitución, mientras que el restante solo lo llega a considerar el método más fácil o con el que más han ejercitado

Gráfico 7

Método de eliminación



Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

El 59% de los estudiantes identifica las condiciones brindadas del sistema ecuaciones donde la misma incógnita en las dos ecuaciones del sistema tiene el mismo valor para el coeficiente, por lo que prefieren utilizar el método de eliminación, mientras que el restante solo lo llega a considerar el método más fácil o con el que más han ejercitado.

Gráfico 8

Método de igualación

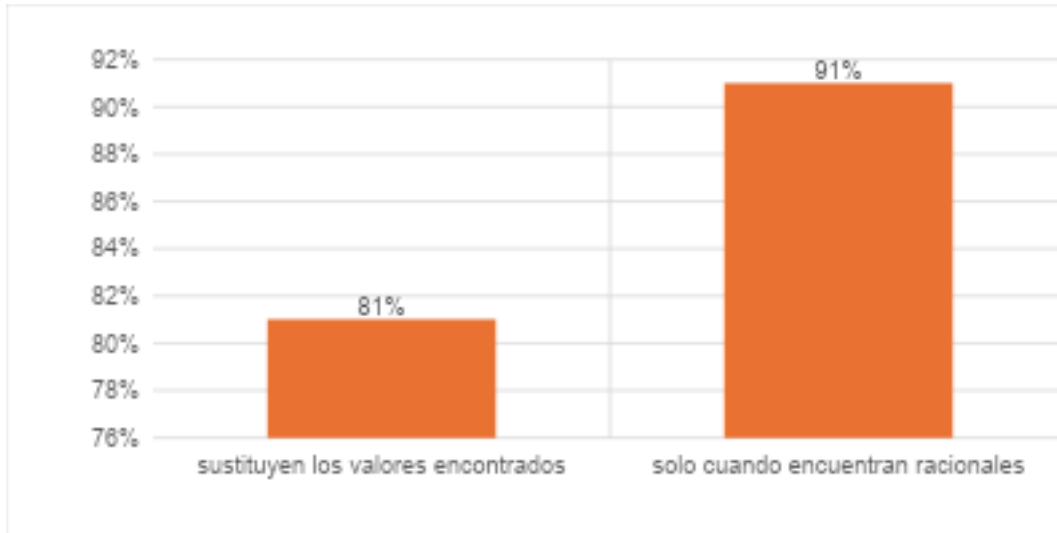


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

El 63% de los estudiantes identifica las condiciones brindadas del sistema ecuaciones, donde todos los coeficientes son diferentes entre ellos y diferentes a 1, por lo que prefieren utilizar el método de igualación, mientras que el restante solo lo llega a considerar el método más fácil o con el que más han ejercitado.

Gráfico 9

Comprobación del sistema de ecuaciones

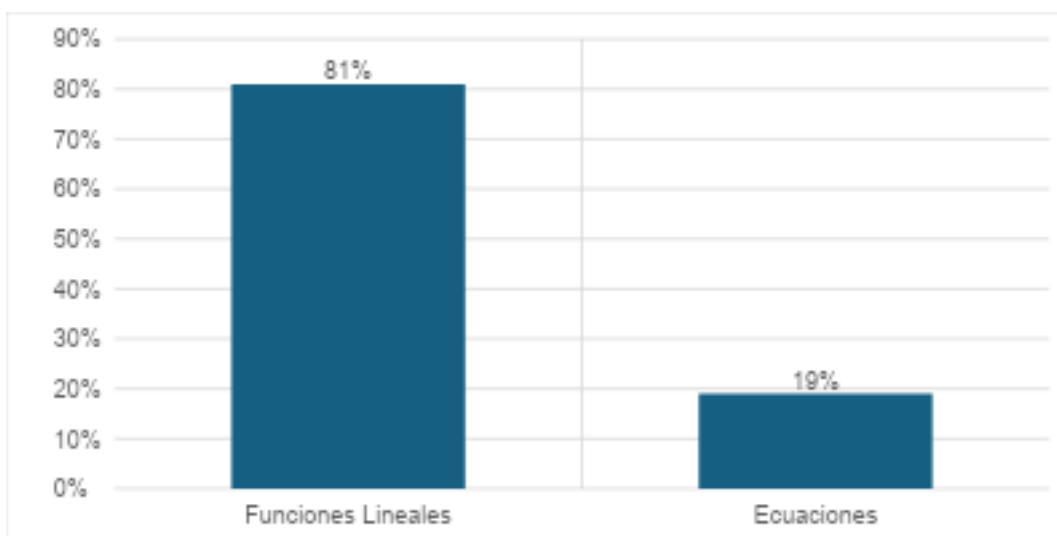


Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

Quando un estudiante se enfrenta a comprobar la veracidad de los valores encontrados para las incógnitas de un sistema de ecuaciones dos por dos, lo hacen en un 81% a través de la sustitución de números y su igualdad con cada ecuación; mientras que el restante solo lo utiliza cuando alguno de los valores de las incógnitas es racional.

Gráfico 10

Conceptos involucrados en sistemas de ecuaciones



Fuente: elaboración propia con datos de Google Forms, 2026.

De acuerdo con el gráfico se muestra un conocimiento sobre la relación que existe entre una ecuación y una función lineales, por lo que en un primer instante el estudiante se percata de la posible transformación que sufren las ecuaciones del sistema dos por dos a una función lineal cuando se utiliza en un plano cartesiano.

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos en este estudio permiten identificar una marcada tendencia en los estudiantes de secundaria hacia la preferencia de métodos algebraicos sobre los gráficos para la resolución de sistemas de ecuaciones. Como se observa en el Gráfico 1, el conocimiento algebraico predomina sobre el gráfico, lo que coincide con lo señalado por Espinoza (1998), quien atribuye este fenómeno a que el pensamiento visual demanda mayores exigencias cognitivas que el algorítmico, o bien a que las prácticas docentes suelen priorizar procedimientos algebraicos por encima del desarrollo de habilidades visuales.

En relación con los métodos de solución (Gráfico 2), se encontró que el método de sustitución es el más reconocido y preferido por los estudiantes (77.8% identifica condiciones favorables para su uso), seguido por el de eliminación (59.3%) y el de igualación (63.0%). Sin embargo, el método gráfico resultó ser el menos preferido (solo un 11.% lo eligió opción favorable), lo que evidencia una limitada integración de la visualización matemática en el proceso de aprendizaje. Este hallazgo es consistente con lo planteado por Trigueros y Covadonga (2008), quienes señalan que los estudiantes presentan dificultades para comprender conceptos matemáticos debido a la limitada utilización de múltiples representaciones.

Un aspecto relevante se desprende del análisis de los casos de solución en sistemas de ecuaciones. En el Gráfico 3, se observa que los estudiantes recurren a la verificación mediante otras representaciones cuando las incógnitas se cancelan o se produce un valor cero, lo cual sugiere que la presencia de resultados no esperados activa la necesidad de buscar estrategias complementarias. No obstante, como se muestra en el Gráfico 4, solo un porcentaje menor considera la intersección de las rectas como respuesta al valor de las incógnitas, lo que revela una desconexión entre el procedimiento algebraico y su interpretación geométrica.

En cuanto a los casos de solución infinita (Gráfico 5), los estudiantes identifican esta situación tanto por la equivalencia algebraica de las ecuaciones como por la superposición en el plano cartesiano. Este hallazgo es significativo porque demuestra que, cuando se favorece la articulación entre representaciones, los estudiantes logran establecer relaciones más profundas, tal como lo sustenta la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, donde los nuevos conocimientos se integran de manera no arbitraria a las estructuras cognitivas preexistentes.

Respecto a la comprobación de resultados (Gráfico 9), el 81% de los estudiantes recurre a la sustitución numérica, lo que confirma la tendencia a validar exclusivamente mediante procedimientos algorítmicos, sin aprovechar la retroalimentación que podría ofrecer la representación gráfica. Este comportamiento limita el desarrollo de la metacognición y la capacidad de autorregular el propio aprendizaje.

Finalmente, el Gráfico 10 evidencia que los estudiantes reconocen la relación entre una ecuación y una función lineales, lo cual constituye un punto de partida favorable para implementar estrategias didácticas basadas en la visualización. Sin embargo, persiste la necesidad de fortalecer la conversión entre sistemas semióticos, particularmente de la representación algebraica a la gráfica, proceso fundamental para el desarrollo del pensamiento visual según Gutiérrez (1991).

Cabe señalar que el estudio presenta limitaciones, entre ellas que el instrumento aplicado no contempló directamente la percepción de los estudiantes sobre el significado de las soluciones, sino que se basó en la apreciación de los docentes. No obstante, esta aproximación indirecta resulta valiosa, ya que los docentes, por su experiencia, pueden identificar patrones de comportamiento recurrentes en el aula.

CONCLUSIÓN

En conclusión, el presente estudio demuestra que la enseñanza tradicional de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones en secundaria prioriza los procedimientos algebraicos en detrimento de la visualización matemática, lo que limita la comprensión conceptual y la capacidad de los estudiantes para interpretar los distintos tipos de solución (única, infinita o nula). Los resultados confirman la hipótesis inicial de que la exclusión sistemática de la representación gráfica restringe el aprendizaje significativo y reduce la posibilidad de establecer relaciones sustantivas entre conocimientos previos y nuevos.

No obstante, se identifica que los estudiantes poseen conocimientos previos suficientes —como la relación entre ecuación y función lineales, así como la capacidad de identificar condiciones favorables para distintos métodos algebraicos— que pueden servir como punto de partida para una integración gradual de la visualización. La evidencia sugiere que, cuando los estudiantes se enfrentan a resultados no esperados (como la cancelación de incógnitas), manifiestan la necesidad de recurrir a otras representaciones, lo que constituye una ventana de oportunidad para el andamiaje docente.

Por lo tanto, se recomienda la implementación de estrategias didácticas que, desde la Zona de Desarrollo Próximo (Vygotsky), promuevan de manera sistemática la articulación entre lo algebraico y lo gráfico, utilizando tantas representaciones manuales (tabulación, trazado en hojas milimétricas) como herramientas tecnológicas (GeoGebra) para la comprobación y exploración dinámica. La visualización matemática no debe concebirse como un complemento ilustrativo, sino como un proceso central para la construcción de significado, tal como se desprende del marco teórico del aprendizaje significativo.

Finalmente, este estudio aporta elementos concretos para rediseñar las prácticas docentes en matemáticas de nivel secundaria, transitando de un enfoque centrado en la memorización de procedimientos hacia una enseñanza que valore la diversidad de representaciones semióticas. La integración temática y el otorgamiento de significado a los conceptos matemáticos, en concordancia con los planteamientos de la Nueva Escuela Mexicana, favorecerá no solo la resolución de sistemas de ecuaciones, sino también la formación de estudiantes capaces de transferir su conocimiento a contextos variados y de aprender de manera autónoma.

REFERENCIAS

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241. <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>

Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. Holt, Rinehart and Winston. Recuperado de <https://catalog.hathitrust.org/Record/001160513>

Ausubel, D. P. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.

Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Paidós.

Buendía, G., Ferrari, M., & Martínez, S. (2015). Funciones y gráficas en la educación secundaria: un estudio sobre las prácticas escolares. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(2), 159–184. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33539858004>

Cantoral, R., & Farfán, R. M. (2004). La sensibilité à la contradiction: logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 24(2-3), 197–228. Recuperado de https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-55229-5_2

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la representación. *Relime*, 9(Especial), 7–48. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/19803/>

Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1993). *An introduction to the bootstrap*. Chapman & Hall. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-4541-9>

Espinoza, L. (1998). Visualización y razonamiento matemático. *Educación Matemática*, 10(3), 5–28. Recuperado de <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/index.php/educacionmatematica/article/view/102>

George, D., & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference (4th ed.)*. Allyn & Bacon.

Godino, J. D., & Batanero, C. (2003). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Educación Matemática*, 15(1), 27–55. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones_semioticas.pdf

González, L., González, D., Noriega, J., & Pérez, M. (2018). Representaciones semióticas y visualización en la enseñanza del álgebra. *Revista de Educación Matemática*, 33(2), 45–68.

Gutiérrez, A. (1991). Procesos de visualización en la resolución de problemas matemáticos. *Enseñanza de las Ciencias*, 9(2), 123–132. Recuperado de <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51378>

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, M. P. (2014). *Metodología de la investigación (6ª ed.)*. McGraw-Hill. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=648076>

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press. <https://doi.org/10.17226/9822>

Méndez, G. O., & Ignacio, A. V. (2018). Aplicación de la teoría de Vygotsky al problema del aprendizaje en matemáticas. *SociaLium*, 2(1), 12-16.

Méndez, G. O., & Ignacio, A. V. (2018). Aplicación de la teoría de Vygotsky al problema del aprendizaje en matemáticas. *SociaLium*, 2(1), 12–16. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9507750>

Molina, J. (2014). Aprendizaje significativo y resolución de problemas de ecuaciones de primer grado. Universidad Rafael Landívar. Quetzaltenango, Guatemala.

Molina, J. (2014). Aprendizaje significativo y resolución de problemas de ecuaciones de primer grado (Tesis de licenciatura). Universidad Rafael Landívar, Quetzaltenango, Guatemala. Recuperado de <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2014/05/09/Molina-Juan.pdf>

Otzen, T., & Manterola, C. (2017). Técnicas de muestreo sobre una población a estudio. *International Journal of Morphology*, 35(1), 227–232. <https://doi.org/10.4067/S0717-95022017000100037>

Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 205–235). Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087901127_009

Proulx, J. (2015). Visualización e intersección de rectas en sistemas de ecuaciones lineales. *For the Learning of Mathematics*, 35(2), 20–25.

R Core Team. (2023). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Recuperado de <https://www.R-project.org/>

Samoaya, M. (2009). Visualización y argumentación en la resolución de problemas matemáticos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 77–92.

Trigueros, M., & Covadonga, S. (2008). Dificultades de los estudiantes en el uso de múltiples representaciones en álgebra. *Educación Matemática*, 20(2), 7–30.


Utomo, D. P., & Santoso, T. (2021). Zone of proximal development and scaffolding required by junior high school students in solving mathematical problems. *The Education and Science Journal*, 23(9), 186–202. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2021-9-186-202>

Utomo, D., & Santoso, T. (2021). Zone of proximal development and scaffolding required by junior high school students in solving mathematical problems. *The Education and science journal*. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2021-9-186-202>.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press. Recuperado de <https://www.hup.harvard.edu/catalog.php?isbn=9780674576292>

Widjajanti, K., Nusantara, T., As'ari, A., Irawati, S., Haris, Z., Akbar, D., & Lusbiantoro, R. (2019). Delaying Scaffolding Using GeoGebra: Improving the Ability of Vocational Students to Draw Conclusions. *TEM Journal*. <https://doi.org/10.18421/tem81-42>.

Widjajanti, K., Nusantara, T., As'ari, A. R., Irawati, S., Haris, Z. A., Akbar, D. N., & Lusbiantoro, R. (2019). Delaying scaffolding using GeoGebra: Improving the ability of vocational students to draw conclusions. *TEM Journal*, 8(1), 305–310. <https://doi.org/10.18421/TEM81-42>

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) .